



Fernanda Maria
Andrade Tavares
Rodrigues

**O contributo das TIC para a
aprendizagem da multiplicação:
um estudo de caso coletivo**

N.º 100140019

Dissertação de Mestrado em Educação Pré-
Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório do Projeto de Investigação

Orientador: Professor José Duarte

setembro de 2015

Instituto Politécnico de Setúbal
Escola Superior de Educação de Setúbal

Fernanda Maria
Andrade Tavares
Rodrigues

N.º 100140019

**O contributo das TIC para a
aprendizagem da multiplicação:
um estudo de caso coletivo**

Dissertação de Mestrado em Educação Pré-
Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Relatório do Projeto de Investigação

Orientador: Professor José Duarte

setembro de 2015



Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

Ano Letivo 2011/2012

Relatório do Projeto de Investigação

*O contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação:
um estudo de caso coletivo*

Unidade Curricular: Estágio III

Docentes: Ana Boavida, Ana Sequeira, Fernanda Botelho, Joana Matos, Jorge Pinto e Leonor Saraiva

Orientador: José Duarte

Discente: Fernanda Maria Andrade Tavares Rodrigues, N.º 100140019

Setúbal, setembro de 2015

RESUMO

A melhoria das condições de aprendizagem dos alunos continua a ser uma preocupação de professores e investigadores e a utilização das tecnologias de informação e comunicação tem vindo a merecer uma maior atenção, quando devidamente integrada no planeamento e na prática da sala de aula.

Neste projeto de investigação irei analisar como procedem alguns alunos do 4º ano de uma Escola Básica, na Quinta do Conde, perante um ambiente de aprendizagem da multiplicação, em que as TIC estão presentes.

Como orientação ao objetivo deste estudo, defini três questões que me ajudaram a compreender: (1) de que modo os alunos resolvem os problemas da multiplicação e que dificuldades evidenciam; (2) qual a contribuição do uso das tecnologias dinâmicas e interativas na superação das dificuldades dos alunos, relativamente à multiplicação; e (3) qual o papel destas tecnologias num maior envolvimento e responsabilidade dos alunos pela sua aprendizagem.

Este estudo segue uma metodologia de estudo de caso coletivo, de natureza descritiva e interpretativa, que recorre à observação, entrevista e análise documental dos materiais produzidos pelos alunos. Esta modalidade de investigação oferece uma oportunidade para estudar, com alguma profundidade, qual o contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação.

Os dados foram recolhidos através da observação do que os alunos fazem, quando desafiados pelo professor, com recurso a tecnologias dinâmicas e interativas, e através da análise das entrevistas e dos registos, procurei perceber aspetos da aprendizagem dos alunos, dificuldades na multiplicação e possíveis contribuições da tecnologia para as superar.

Os resultados revelam alguma evolução nos alunos na aquisição e apropriação do significado e sentido da operação de multiplicação, no uso de estratégias de multiplicação formal e no uso das propriedades da multiplicação de forma compreensiva. Por outro lado, as potencialidades dos *applet* contribuem para um maior empenho e proficiência dos alunos, aumento da autoconfiança e maior gosto pelos conteúdos abordados.

Palavras-chave: Multiplicação; Aprendizagem; Tecnologias da Informação e Comunicação; Ambientes Virtuais de Aprendizagem.

ABSTRACT

Improving student learning conditions remains a concern of teachers and researchers and the use of information and communication technologies has been receiving greater attention, when properly integrated in the planning and practice of the classroom.

In this research project will examine how come some students of the 4th year of a Basic School in Quinta do Conde, before a learning environment of multiplication, where ICT are present.

As a guide to the study objective, set three questions that helped me to understand: (1) how students solve the problems of multiplication and difficulties evident; (2) the contribution of the use of dynamic and interactive technologies to overcome the difficulties of students with respect to multiplication; and (3) the role of these technologies in greater involvement and responsibility of students for their learning.

This study follows a collective case study methodology, descriptive and interpretive nature, making use of observation, interviews and documentary analysis of the material produced by the students. This research method provides an opportunity to study with some depth, which the contribution of ICT for learning multiplication.

Data were collected through observation of what students do when challenged by the teacher, using dynamic, interactive technologies, and through analysis of interviews and records, sought to realize aspects of student learning, difficulties in multiplication and possible contributions technology to overcome them.

The results show some improvement in the students the acquisition and appropriation of meaning and sense of multiplication operation, the use of formal multiplication strategies and the use of the properties of multiplication comprehensively. On the other hand, the potential of applet contribute to greater commitment and proficiency of students, increased confidence and greater taste for the content covered.

Keywords: Multiplication; Learning; Information and Communication Technologies; Virtual Learning Environments.

AGRADECIMENTOS

Aos meus filhos, Vera, de 29 anos e Daniel, com 9 anos, que souberam lidar com as minhas ausências, após um dia de aulas ou estágio a que se seguiam as noites no emprego. Principalmente ao mais pequeno que iniciou o 1º ciclo aquando este mestrado e conseguiu obter resultados excelentes mesmo com a minha falta de ajuda nas tarefas escolares. És um dos meus orgulhos.

Ao meu companheiro de vida, Luís Gonçalves, pela compreensão e incentivo durante o longo período de licenciatura e mestrado. Sem ti não teria conseguido pois soubeste ser pai e mãe do nosso menino.

Ao meu irmão, pais, cunhada e sobrinho Francisco que tanto me apoiaram nos momentos críticos deste percurso que, por momentos, me traziam pensamentos de desistência perante a fadiga.

Ao meu par de estágio, Ana Cavalheiro, que me acompanhou desde o primeiro ano de licenciatura (ESE de Lisboa) até ao mestrado (ESE de Setúbal), sendo um dos meus pilares neste trajeto. Honro-me de ter feito parte dos nossos grupos de trabalho e de ter conhecido alguém como tu.

A todos os tutores da parte curricular, em especial à Professora Ana Boavida pelos ensinamentos e apoio persistente.

Ao meu orientador Professor José Duarte, pelas suas sugestões, ajuda e disponibilidade que foram um contributo fundamental para a realização deste trabalho.

Ao Professor Rui Silva, titular da turma onde realizei esta investigação, que permitiu a sua concretização durante o período de aulas.

Aos alunos que participaram na investigação, especialmente aos três que participaram mais diretamente no estudo. Sem a sua colaboração não teria conseguido.

A todos os que me ajudaram, não esquecendo a direção da Escola Secundária Emídio Navarro (o meu local de trabalho) pela compreensão demonstrada durante o meu percurso académico, o meu MUITO OBRIGADO.

ÍNDICE

RESUMO.....	iii
ABSTRACT	iv
AGRADECIMENTOS.....	v
INTRODUÇÃO.....	5
Motivações pessoais para a realização deste estudo.....	5
Objetivos do Estudo	6
QUADRO TEÓRICO DE REFERÊNCIA	8
Teorias da Aprendizagem	8
Introdução.....	8
O Behaviorismo	9
O Cognitivismo	10
O Construtivismo	11
Breve síntese.....	12
A Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem	12
Sentido do número	13
Cálculo Mental.....	15
Multiplicação	16
Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC).....	20
A integração da Informática no desenvolvimento das aprendizagens	20
As TIC e a Matemática no 1º Ciclo	21
Os <i>applets</i> como tecnologias dinâmicas e interativas	22
METODOLOGIA	24
Caraterização do método de investigação.....	24
Caraterização do contexto de estudo	26
Caraterização das técnicas de recolha e tratamento de dados	27
APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DA INTERVENÇÃO.....	30
O contexto da intervenção.....	30
O caso João	34

O Caso Rafael.....	42
O caso Elsa.....	52
Análise das entrevistas	62
Análise cruzada dos três casos.....	65
CONSIDERAÇÕES GLOBAIS.....	68
Questões orientadoras	68
Dificuldades sentidas	73
Limitações do estudo	74
Sugestões para investigações futuras.....	74
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	75

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1: Conteúdos relacionados com o desenvolvimento do sentido de multiplicação	17
Tabela 2: Procedimentos usados pelos alunos na resolução de tarefas	19
Tabela 3: Calendário das aulas.....	30

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1: Apresentação do jogo <i>The Table Trees</i>	31
Figura 2: Apresentação do jogo <i>Puzzle multiplication</i>	31
Figura 3: Exemplo de uma grelha com a calculadora para resposta	32
Figura 4: Exemplo de uma resposta incorreta.....	32
Figura 5: Exemplo de uma tabela de ajuda	33
Figura 6: Exemplo de uma das tabelas para o cálculo mental	33
Figura 7: Resultado do cálculo mental com 310 pontos	34
Figura 8: Comentário do João ao cálculo mental do dia 4-1-2012	35
Figura 9: <i>Puzzle</i> – Tabela 5x10.....	35
Figura 10: Resolução do João.....	35
Figura 11: Resultado do cálculo mental a que atribuí 350 pontos	37
Figura 12: <i>Puzzle</i> – Tabela 10x10	38

Figura 13: Resolução do João.....	38
Figura 14: Resolução do cálculo mental com 300 pontos	39
Figura 15: Comentário do João ao cálculo mental do dia 11-1-2012.....	39
Figura 16: <i>Puzzle</i> selecionado pelo João	40
Figura 17: Produto do cálculo mental a que atribuí 120 pontos.....	42
Figura 18: Exemplo de uma operação.....	43
Figura 19: <i>Puzzle</i> – Tabela 5x5	44
Figura 20: Resolução do Rafael	44
Figura 21: Resultado do cálculo mental com 320 pontos	44
Figura 22: Comentário do Rafael ao cálculo mental do dia 4-1-2012.....	44
Figura 23: <i>Puzzle</i> – Tabela 5x10	45
Figura 24: Resolução do Rafael	45
Figura 25: Resolução do cálculo mental com 300 pontos	47
Figura 26: Comentário do Rafael ao cálculo mental do dia 10-1-2012.....	47
Figura 27: <i>Puzzle</i> – Tabela 10x10	48
Figura 28: Resolução do Rafael	48
Figura 29: Resultado do cálculo mental com atribuição de 280 pontos.....	49
Figura 30: Comentário do Rafael ao cálculo mental do dia 11-1-2012.....	49
Figura 31: <i>Puzzle</i> selecionado pelo Rafael.....	50
Figura 32: Resolução do cálculo mental com 120 pontos	52
Figura 33: Exemplo de uma operação.....	53
Figura 34: <i>Puzzle</i> – Tabela 5x5	54
Figura 35: Resolução da Elsa	54
Figura 36: Produto do cálculo mental com 50 pontos.....	55
Figura 37: Comentário da Elsa ao cálculo mental do dia 4-1-2012	55
Figura 38: <i>Puzzle</i> – Tabela 5x10	56

Figura 39: Resolução da Elsa	56
Figura 40: Resultado do cálculo mental com 250 pontos	57
Figura 41: Comentário da Elsa ao cálculo mental do dia 10-1-2012	57
Figura 42: <i>Puzzle</i> – Tabela 10x10	58
Figura 43: Resolução da Elsa	58
Figura 44: Resolução do cálculo mental com 250 pontos	59
Figura 45: Comentário da Elsa ao cálculo mental do dia 11-1-2012	60
Figura 46: <i>Puzzle</i> selecionado pela Elsa	61
Figura 47: <i>Puzzle</i> com a tentativa de erro provocado pelo João	61

INTRODUÇÃO

“Hoje, pela primeira vez na história do pensamento pedagógico da última centúria, se admite que uma nova tecnologia – a da informação e da comunicação (TIC) – poderá vir a transformar radicalmente o paradigma monopolista da escola e da educação que vem imperando ao longo de décadas.”

(Carneiro, 2005)

A escola encontra-se em transformação e a isso não é alheio o papel das Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC). O modelo da escola tradicional tem vindo a ser alterado, e entre outros fatores, destaca-se a contribuição exercida pelas TIC, havendo uma enorme pressão, da sociedade, que “impõe” à escola as evoluções alucinantes ocorridas nos últimos tempos.

Várias são as ferramentas disponibilizadas pelas TIC, destacando-se a Internet, que veio reduzir distâncias, possibilitando uma melhor e mais veloz comunicação global.

No contexto de estágio em que estive integrada, a Internet é frequentemente utilizada para a exploração de conteúdos curriculares pelo professor cooperante. Assim, após verificar a existência de inúmeras dificuldades na aprendizagem da multiplicação pelos alunos, decidi analisar se através da utilização das TIC poderia contribuir para minorar este obstáculo.

A intervenção que fundamentou este projeto foi executada com o par de estágio, no entanto, a recolha e análise de dados foi realizada individualmente.

Motivações pessoais para a realização deste estudo

Considero ser necessário um ensino integrado e globalizante, que auxilie os alunos a descobrir e a pesquisar mas, ao mesmo tempo, a estabelecer relações entre o que aprendem com o mundo em que vivem, isto é, com a realidade. “As estratégias de ensino deverão ser constituídas, tendo em consideração o conhecimento que temos sobre o desenvolvimento das crianças e, por isso, não deverão esquecer que todas as aprendizagens são integradas e globalizantes” (Abreu, 1990, p. 67).

Tendo em conta que, o recurso às TIC é frequente no contexto de estágio deste estudo, tive curiosidade em perceber de que forma esta nova forma de acesso ao conhecimento trará contribuições para a aprendizagem. As novas tecnologias constituem poderosas ferramentas educativas daí querer perceber se podem diminuir ou não as dificuldades dos alunos, especificamente na multiplicação. Isto é, se a

aprendizagem desta operação com a contribuição das TIC se torna mais aliciante e potencia a diminuição das dificuldades.

Pessoalmente, sendo a área das Tecnologias de Informação e Comunicação aquela em que me sinto menos à vontade, e sendo um projeto de investigação um meio para aprofundar conhecimentos em áreas específicas, pareceu-me pertinente desenvolver um projeto centrado na utilização das TIC, no 1º ciclo do Ensino Básico, especificamente na aprendizagem da multiplicação.

Objetivos do Estudo

Durante o ano e meio em que se desenvolveu a parte curricular deste mestrado, foram muitas as ideias que surgiram para o tema do projeto de investigação. No entanto, foi após a observação deste último grupo de estágio, com alunos de uma turma de 4º ano do Ensino Básico da EB1/JI de Pinhal do General, que decidi qual o estudo que iria efetuar.

Constatei que existiam muitas dificuldades dos alunos na aprendizagem da multiplicação e daí pretendo perceber de que forma a utilização das TIC pode minorar essas dificuldades.

Neste estudo irei ter a seguinte pergunta de partida: **Qual o contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação?**

Para procurar responder à pergunta, defino as seguintes questões que orientam a minha investigação:

- De que modo os alunos resolvem os problemas da multiplicação e que dificuldades evidenciam?
- Qual a contribuição do uso das tecnologias dinâmicas e interativas na superação das dificuldades dos alunos, relativamente à multiplicação?
- Qual o papel destas tecnologias num maior envolvimento e responsabilidade dos alunos pela sua aprendizagem?

Este trabalho é constituído por cinco capítulos: a **introdução** onde incluem as motivações pessoais para a realização do estudo, a apresentação do problema e os objetivos do estudo; o **quadro teórico de referência** onde se discutem as teorias de aprendizagem, as tecnologias de informação e comunicação (TIC) e a importância que possuem no desenvolvimento das aprendizagens, particularmente no processo de ensino-aprendizagem da matemática (multiplicação); a **metodologia** onde estará presente a caracterização do método utilizado para desenvolver o projeto de

investigação, a caracterização do contexto de estudo que inclui uma breve descrição da turma e as técnicas de recolha e tratamento de dados, suas vantagens e desvantagens; a **apresentação e interpretação da intervenção** onde é realizada uma descrição, análise e discussão dos dados recolhidos na intervenção a fim serem retiradas conclusões sobre a questão em estudo; finalmente, as **considerações globais** onde são retiradas conclusões da investigação, que possam responder às questões de partida.

Finalmente, concluo o trabalho indicando as limitações sentidas para a realização do projeto de investigação.

QUADRO TEÓRICO DE REFERÊNCIA

Teorias da Aprendizagem

“Nada podes ensinar a um homem, podes somente ajudá-lo a descobrir as coisas dentro de si mesmo”

(Galileu)

Introdução

Miranda e Bahia (2003), mencionam que a aprendizagem "é uma mudança relativamente estável do comportamento e/ou conhecimentos de um indivíduo, fruto da experiência pessoal e da própria evolução da espécie" (p. 42). No entanto, convém diferenciar o conceito de aprendizagem do conceito de realização ou desempenho. A aprendizagem alude à aquisição ou modificação de conhecimentos e/ou comportamentos, enquanto a realização se refere ao comportamento apresentado pelo sujeito numa dada situação/ocasião.

Podemos afirmar que uma teoria científica serve para expor algo de novo, acrescentar ou até mesmo modificar por completo uma outra já existente. Estas ajudam na organização e interpretação de observações sobre as quais os investigadores desejam obter mais conhecimentos. Permitem-nos reconhecer relações ordenadas entre fenómenos distintos. É frequente formular hipóteses, sendo o seu comportamento comprovado teoricamente. Cada teoria científica incide sobre “determinados aspectos da realidade, no entanto visa apenas estudar e explicar ou compreender determinadas facetas do mesmo” (Miranda & Bahia, 2003, p. 38).

O reconhecimento da psicologia como ciência surgiu em finais do século XIX, sendo as fontes de informação sobre as teorias da aprendizagem, atualmente mais debatidas, aquelas que se revelaram dominantes a partir dessa data: o behaviorismo, o cognitivismo e o construtivismo (Shuman *et al.*, 1996). A primeira está associada à psicologia do comportamento e as restantes à psicologia cognitiva, sendo o construtivismo uma evolução do cognitivismo (Lima & Capitão, 2003).

No entanto, estas teorias desenvolveram-se numa época em que a aprendizagem não sofria o impacto das tecnologias. Nas duas últimas décadas, a tecnologia reestruturou a forma como vivemos, como nos comunicamos e como aprendemos. As necessidades de aprendizagem e teorias que descrevem os princípios e processos de aprendizagem devem refletir o ambiente social vigente (Siemens, 2004). Vaill (1996),

citado por Siemens, enfatiza que “a aprendizagem deve ser um modo de ser – um conjunto usual de atitudes e acções que pessoas e grupos empregam para tentar manter-se a par dos eventos surpreendentes, novos, confusos, perturbadores que aparecem sempre...” (Siemens, 2004, p. 1).

O Behaviorismo

“O Behaviorismo baseia-se nas mudanças de comportamento observáveis. Um dado modelo de comportamento é repetido até que o mesmo se torne automático”.

(Schuman, 1996)

John B. Watson, americano, foi o defensor do behaviorismo, em 1913, num artigo intitulado "Psicologia como os behavioristas a veem". *Behavior* significa comportamento, daí a denominação desta corrente teórica de behaviorismo, também conhecida por outras designações como comportamentalismo, teoria comportamental ou análise experimental do comportamento (Bock *et al.*, 1992).

O Comportamentalismo ou Behaviorismo, como teoria de aprendizagem, tem como principais defensores Watson, Pavlov, Thorndike e Skinner, entre outros, e caracteriza-se por não promover a busca de conhecimento e informação, pois estes estão centralizados na figura do professor, que é quem decide quando e de que forma os conteúdos são ensinados. É muito limitada em termos de interação aluno/aluno e aluno/professor (Wartha, s.d.).

Bock (1992) refere que, para Watson o comportamento era um objeto da psicologia, sendo colocada nesta ciência a solidez procurada pelos psicólogos da época. Tinha características observáveis, mensuráveis, que podiam ser repetidos em condições e sujeitos diferentes. Estes atributos foram de extrema importância para que a psicologia obtivesse o estatuto de ciência, quebrando definitivamente com a tradição filosófica.

É importante esclarecer, desde o início, que o Behaviorismo, apesar de colocar o comportamento como o objeto da Psicologia, considera que só quando se começa a relacionar os aspectos do comportamento com os do meio é que há a possibilidade de existir uma psicologia científica (Keller & Schoenfeld, 1970, citado por Bock, 1992, p. 38).

O Behaviorismo consagra o estudo do comportamento na relação que este mantém com o meio ambiente onde surge. Como estas duas variáveis são termos muito amplos para uma investigação explicativa, os psicólogos deste movimento consagraram os conceitos de estímulo e resposta (teoria S-R: *Stimuluse Responsio*). Estes são a base da descrição e o ponto de partida para uma ciência do comportamento.

O sujeito começa a ser estudado como produto do processo de aprendizagem pelo qual passa desde a infância, isto é, como produto das conexões estabelecidas durante a sua vida entre estímulos (do meio) e respostas (manifestações comportamentais) (Bock, 1992).

O Cognitivismo

“O cognitivismo baseia-se nos processos mentais subjacentes ao comportamento. As mudanças no comportamento são observadas e utilizadas como indicadores do que está a acontecer na mente do aprendiz”

(Schuman, 1996)

William James, em 1890, foi o impulsionador do cognitivismo, seguindo-se Tolman, em 1932. Esta teoria da aprendizagem analisa a construção do conhecimento tendo em conta a interação do indivíduo com o objeto do conhecimento. Uma ciência que reflete sobre algo tão complexo como o pensamento humano e o seu modo de resolução de problemas, necessita de muito suporte (Godinho, 2002). Daí, os cognitivistas utilizarem diversas disciplinas como psicologia, linguística, filosofia e educação, entre outras, para exporem o funcionamento cognitivo humano.

As mudanças no comportamento são analisadas e usadas como reveladores do que está a ocorrer na mente do aprendiz. Enquanto os behavioristas consideram que o comportamento é uma atitude mecânica que obedece a estímulos, isto é, a aprendizagem é abrangida pelo meio ambiente e o sistema humano adapta-se às situações do mesmo, os cognitivistas procuram mostrar o que se passa por dentro do cérebro humano e circunscrever os processamentos mentais que sucedem durante a aprendizagem.

Em termos da aprendizagem, o aluno é visto como um processador ativo da informação (Miranda, 2002). Simon defende que embora o cérebro seja distinto de um computador, ambos organizam informação (1972, citado por Miranda & Bahia, 2003), é a chamada Metáfora do Computador (Pozo, 1998). Significando que, à semelhança do computador, o cérebro humano é um processador de informação, ou seja, admite, percebe, recupera ou emprega informação quando precisa dela.

Outro aspeto relacionado ao cognitivismo, proveniente da teoria cognitiva de Piaget, é o respeito pelo estágio de evolução mental dos alunos, garantindo que as disposições cognitivas destes estão organizadas para a aquisição de novos conhecimentos.

O Construtivismo

“O construtivismo baseia-se na premissa de que todos nós construímos a nossa perspectiva do mundo, através da experiência individual e do esquema”

(Schuman, 1996)

As teorias cognitivistas possibilitaram superar a visão redutora da aprendizagem, em virtude de esta ser vista apenas como uma atitude expressa. Aprender é, sobretudo, atribuir um significado e daí resulta que os significados que concedemos dependem das nossas experiências anteriores. A teoria construtivista considera que não é o professor que ensina, mas sim o aluno que aprende. Este é induzido a “aprender-a-aprender” através da investigação orientada do conhecimento de que necessita.

Piaget, Vygotsky, Dewey e Brunner, expoentes máximos do construtivismo, defendem as concepções computacionais da mente (Miranda & Bahia, 2003). Sustentam que o conhecimento é edificado alicerçando-se sobre o conhecimento pré-existente (Bransford, Brown & Cocking, 2000). A ideia principal é a de que ao nível do conhecimento nada está fechado e subsiste sempre mudança através da interação do indivíduo com o meio envolvente, desta forma as estruturas do conhecimento vão sendo traçadas (Miranda & Bahia, 2003). As novas ideias ou conceitos são feitas através do conhecimento presente e passado de cada sujeito. O próprio escolhe e modifica a informação de forma a construir hipóteses e a tomar decisões.

A contribuição de Piaget para as teorias da aprendizagem é em parte devida à sua teoria do desenvolvimento (Tavares & Alarcão, 1985), que na sua aceção descreve como são construídas algumas das estruturas mentais envolvidas no pensamento (Miranda & Bahia, 2003, p. 38).

Vygotsky, na sua teoria do desenvolvimento proximal defende que a aprendizagem escolar orienta e estimula processos internos de desenvolvimento (Vygotsky, 1991), concluindo que existe uma relação entre o nível de desenvolvimento e a capacidade potencial de aprendizagem numa criança (Miranda & Bahia, 2003). Significando que, o desenvolvimento real de uma criança é estimado pelo nível do que realiza sozinha mas esta avaliação não tem em conta o que seria capaz de alcançar com ajuda (do professor, dos colegas). Sintetizando, aquilo que em determinado momento um aluno só consegue produzir com a ajuda de alguém, depois, naturalmente, conseguirá fazer sozinho. Isto é, as dificuldades sentidas por um aluno na resolução de problemas são devidas a uma determinada carência. Após uma ajuda guiada, apoiada no professor ou nos pares, consegue atingir o objetivo pois encontra-se preparado cognitivamente para desempenhar essas tarefas.

Breve síntese

Lima & Capitão (2003) consideraram que a incidência pedagógica para os behavioristas consiste na utilização de estímulos e reforços apropriados, enquanto, para os cognitivistas tem a ver com os processos mentais de assimilação de novo conhecimento e de acomodação ao conhecimento anterior.

Os behavioristas explicam que a aprendizagem depende das respostas do aluno a agentes externos existentes no meio ambiente, enquanto os cognitivistas asseguram que a aprendizagem se baseia na exposição simbólica da realidade exterior que o aluno desenha na sua mente.

O construtivismo expõe uma visão do conhecimento em que este é construído individualmente e realizado através de um processo de aprendizagem ativo, não podendo ser transmitido de um indivíduo para outro.

Cada aluno compreende a realidade pessoal, regula os seus padrões mentais para interrelacionar o novo conhecimento com a sua informação prévia. Assim, o aluno controla internamente a realidade exterior e cria a sua representação da realidade assente na estrutura cognitiva já adquirida.

Portanto, numa perspetiva construtivista, o objetivo principal da pedagogia consiste na estimulação e orientação do processamento mental que é seguido pelo aluno na representação da realidade.

A Matemática no Processo de Ensino-Aprendizagem

“A grande finalidade da matemática escolar é desenvolver nos alunos a capacidade para usar a matemática eficazmente na sua vida diária.”
(Palhares, 2004, p. 7)

O método de ensino/aprendizagem deve partir dos conhecimentos prévios dos alunos, usando as noções, capacidades e estratégias que utilizam. Significa que devem ser tidas em consideração as suas vivências ajustadas à sua aprendizagem. Assim, a melhor forma de aprender matemática será através da resolução de problemas, desenvolvendo o raciocínio relacionando-o a contextos significativos.

Dominar a execução de um algoritmo não significa que se compreenda o sentido da operação correspondente ou que se seja capaz de identificar a relevância dessa operação e de a usar numa situação concreta. Estudos nacionais e internacionais sobre competências matemáticas têm mostrado repetidamente que os nossos alunos têm desempenhos razoáveis nos procedimentos rotineiros de cálculo mas têm resultados muito fracos em tarefas de resolução de problemas. (Abrantes *et al.*, 1999, p. 21)

Coll (2004) refere que a concepção de ambientes de aprendizagem é difícil, porque envolve um processo de árdua realização para a criação de estruturas que conjuntamente satisfaçam as carências dos alunos e os estimulem para as tarefas escolares, tanto individuais como coletivas.

A *Declaração Mundial sobre a Educação para Todos*, da UNESCO (1990), refere a resolução de problemas como um dos instrumentos de aprendizagem essenciais. É esta, igualmente a perspetiva do Programa de Matemática do Ensino Básico. A falta de elementos de resolução de problemas ou de hábitos de pensamento é, em muitas circunstâncias, uma barreira inultrapassável para se obterem as competências normalmente consideradas básicas. Abrantes *et al* (1999) referem que o treino isolado não ajuda os alunos a compreender o que é a matemática, não constituindo um pré – requisito para a evolução de capacidades ligadas ao raciocínio e à resolução de problemas.

Assim, são consideradas por Abrantes *et al*. (1999) algumas ideias essenciais sobre a aprendizagem:

1. A aprendizagem requer o envolvimento das crianças em atividades significativas. As explicações do professor, num momento adequado e de uma forma apropriada, são certamente elementos fundamentais.
2. Para haver uma apropriação de novas ideias e novos conhecimentos, não basta que o aluno participe em atividades concretas, é preciso envolvê-lo num processo de reflexão sobre as mesmas.
3. Se queremos valorizar as capacidades de pensamento dos alunos, teremos de criar condições para que eles se envolvam em atividades adequadas ao desenvolvimento dessas capacidades. (p. 24)

No entanto, para que estas aprendizagens possam ocorrer, o professor tem um papel fundamental na concepção do ambiente que se vive na sala de aula. Tem o dever de propor e estruturar as tarefas a realizar e de organizar o desenvolvimento da atividade dos alunos. Significando que, o professor necessita estar vigilante, produzir as situações de aprendizagem e promover as reflexões dos alunos. Refere Abrantes *et al*. (1999) “que são os alunos quem aprende mas cabe ao professor proporcionar as melhores condições para que isso ocorra” (p. 29).

Sentido do número

“Não basta aprender os procedimentos, é necessário transformá-los
em instrumentos de pensamento”

(Abrantes, Serrazina & Oliveira, 1999, p. 46)

Abrantes *et al.* (1999) referem que todos os alunos devem alcançar uma percepção global do número e das operações, a par da capacidade de utilizar essa compreensão de forma flexível para produzir avaliações matemáticas e fortalecer estratégias úteis de manipulação dos números e das operações.

Sendo que, o sentido do número não é aprendido de uma só vez numa determinada altura do percurso escolar dos alunos, trata-se de uma competência que se desenvolve ao longo do seu percurso escolar e de toda a sua vida. Isto é, o sentido do número constitui uma referência central do ensino dos números e do cálculo desde os primeiros anos.

O National Council of Teachers of Mathematics no documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (NCTM, 1991) qualifica o sentido do número como:

uma intuição acerca dos números que se forma a partir dos diversos significados do número. Considerando os seguintes componentes: a) desenvolvimento de significados acerca do número; b) exploração das relações entre os números, usando materiais manipuláveis; c) compreensão da grandeza relativa aos números; d) desenvolvimento de intuições acerca dos efeitos relativos das operações com números; e) desenvolvimento de padrões de medida de objetos comuns e de situações no seu ambiente (NCTM, 1991, p. 50).

Vários estudos têm sido efetuados sobre esta temática e uma outra explicação é proposta por McIntosh *et al.* (1992):

O sentido do número refere-se a uma compreensão geral do indivíduo sobre os números e as operações juntamente com a capacidade e predisposição para usar essa compreensão de modo flexível para fazer juízos matemáticos e para desenvolver estratégias úteis na manipulação dos números e das operações. Reflete uma capacidade e uma predisposição para usar os números e os métodos de cálculo como um meio de comunicação, processamento e tratamento de informação (p. 3).

A apreensão das operações, não só promove a evolução dos procedimentos de cálculo mental e escrito, como possibilita à criança determinar com agilidade, estimar e avaliar os resultados.

Pires (1992) refere três etapas fundamentais para o estudo das operações:

- 1) Compreensão do sentido da operação, começando pelo modelo de ação (manipulação de materiais), passando pelo modelo iconográfico, para chegar à representação simbólica;
- 2) Desenvolvimento do sentido operatório e estudo das propriedades das operações;
- 3) Construção do algoritmo.

Ponte e Serrazina (2000) referem que, antes de ensinar um algoritmo ao aluno, é necessário que ele compreenda o significado dessa operação como conceito matemático. Caso contrário, a criança pode concretizá-lo sem entender o porquê desse cálculo. Abrantes *et al.* (1999) alvitram que os algoritmos devem continuar a

ser ensinados, mas hoje deve dar-se menos atenção à prática repetitiva dos mesmos e mais atenção à compreensão das operações e das relações entre elas.

Cálculo Mental

“Não é calcular na cabeça mas sim calcular com a cabeça e fazer alguns registos escritos, se necessário”

(Noteboom *et al.*, 2001, p. 90, citado por Brocardo *et al.*, 2008, p. 106)

É fundamental incentivar o recurso ao cálculo mental para apurar o desenvolvimento do sentido do número pois, como referem Abrantes *et al.* (1999) esta forma de cálculo “encoraja a procura de processos mais fáceis baseados nas propriedades dos números e operações” (p. 59).

Buys (2001, citado por Brocardo *et al.*, 2008, p. 106) aponta as características do cálculo mental:

- Opera-se com os números e não com os dígitos;
- Usam-se relações numéricas e propriedades das operações;
- Embora se calcule “de cabeça”, é possível recorrer a registos em papel”.

Abrantes *et al.* (1999) referem que, a aquisição de destrezas de cálculo mental promove o desenvolvimento da compreensão numérica, igualmente, encoraja os alunos na procura de processos mais fáceis baseados nas propriedades dos números e das operações. Os mesmos autores indicam como principais características dos algoritmos mentais:

- (1) São variáveis (2) são flexíveis e podem adaptar-se conforme os números em causa (3) são activos, permitindo ao utilizador escolher um método, conscientemente ou não; (4) são holísticos, no sentido em que lidam com os números como um todo e não com dígitos separados; (5) começam frequentemente com o primeiro número; (6) exigem sempre compreensão e o seu uso desenvolve compreensão; (7) dão uma aproximação inicial da resposta porque os dígitos da esquerda são considerados primeiro. (p. 61-62)

No Programa da Matemática do Ensino Básico (Ponte *et al.*, 2007) vem realçada a importância de trabalhar “diferentes estratégias de cálculo baseadas na composição e decomposição de números, nas propriedades das operações e nas relações entre números e entre as operações” (p. 14). Assim, um dos principais objetivos do tema Números e Operações é o desenvolvimento deste tipo de cálculo desde o início do 1º ciclo do ensino básico, visto que “a destreza de cálculo é essencial para a manutenção de uma forte relação com os números, para que os alunos sejam capazes de olhar para eles criticamente e interpretá-los de modo apropriado” (p. 10). Cabe ao professor promover práticas de rotinas de cálculo mental e, deste modo, os alunos deverão ser

capazes de, gradualmente, “utilizar as suas estratégias de modo flexível, e de seleccionar as mais eficazes para cada situação” (p. 14).

Abrantes *et al.* (1999, p. 49) corroboram que ajudar os alunos a desenvolver estratégias que lhes permitam aprender a tabuada, como forma de facilitar o cálculo mental, o cálculo escrito e a estimação, contribui para que compreendam relações entre os números e que raciocinem matematicamente.

Multiplicação

“É preciso investir na sala de aula, ao nível da multiplicação e da divisão, em propostas que promovam no cálculo por estimação e o uso de estratégias de resolução diferentes das tradicionais”
(Mendes, 2012, p. 93)

O entendimento das operações desempenha um papel essencial no conhecimento da matemática (NTCM, 2007). No entanto, compreender uma operação não se resume à realização do algoritmo mas sim à devida aplicação em contextos do dia-a-dia. Quando uma criança interioriza que determinada situação é resolúvel, aplicando uma operação, expressa que passou a usá-la significativamente. Assim, explorar situações problemáticas, que possam envolver materiais manipuláveis onde atestem os efeitos das operações, é fundamental para o desenvolvimento do significado destas, contextualizando desta forma a aprendizagem dos procedimentos de cálculo (Abrantes *et al.*, 1999).

Verschaffel *et al.* (1996) mencionam a importância do aluno passar por uma fase conceitual extensa, durante a qual contatará com uma grande diversidade de exemplos de situações para cada operação aritmética.

Tempos houve em que grande parte do tempo despendido na sala de aula era com a prática repetitiva dos algoritmos das quatro operações (adição, subtração, multiplicação e divisão). Atualmente existe uma maior preocupação na compreensão das operações e das relações entre elas, para tal, os alunos devem ser familiarizados com as diferentes ideias subjacentes a cada uma delas. A título de exemplo, a multiplicação e a divisão estão relacionadas com a adição e a subtração, mas o raciocínio multiplicativo contém novos significados para os números que necessitam ser apreendidos e novos tipos de conexões representadas.

Treffers e Buys (2001) defendem que os alunos necessitam trabalhar em torno da multiplicação, durante um longo período de tempo pois necessitam percorrer um conjunto de etapas. A primeira é a adição sucessiva de parcelas iguais. Quando reconhecem que quatro mais quatro é o mesmo que duas vezes quatro, dá-se o início

do conceito da multiplicação. Esta compreensão é aprofundada quando utilizam flexivelmente as propriedades da multiplicação para interpretar, recorrendo cumulativamente a produtos aprendidos, as tabuadas. Por fim, pode-se dizer que a criança domina a multiplicação quando é capaz de a relacionar com a divisão, identificando uma como inversa da outra; sempre que entende e aplica de forma coerente factos, correspondências e propriedades na solução de problemas de multiplicar; e quando compreende os diversos sentidos desta operação.

Mulligan e Watson (1998, citado por Mendes, 2012) confirmam que, a capacidade para reconhecer a relação inversa entre a multiplicação e a divisão e a comutatividade da multiplicação são aspetos essenciais para ampliar o entendimento sobre a multiplicação. Sendo, também necessário que o professor apresente atividades às crianças que expandam a sua compreensão sobre a multiplicação e que proporcionem a progressão das suas estratégias de cálculo, de modo a torná-las mais eficazes (Mulligan & Mitchelmore, 1997; Mulligan & Watson, 1998, citado por Mendes, 2012).

Mendes e Delgado (2008) referem Treffers e Buys (2001) e Fosnot e Dolk (2001) para descreverem os principais conteúdos relacionados com o desenvolvimento do sentido da multiplicação, da seguinte forma:

Tabela 1: Conteúdos relacionados com o desenvolvimento do sentido de multiplicação

Sentido	Contexto	Procedimentos de cálculo	Propriedades da multiplicação	Modelo
Aditivo (Repetição de medidas ou quantidades)	-Fazer espetadas com diversos ingredientes -Embalar ovos -Preencher uma parede com estantes com as mesmas dimensões	Adição repetitiva	Ideia da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição <i>4 vezes 6 ovos é o mesmo que 3 vezes 6 ovos mais 1 vez 6 ovos</i>	Linear Linha numérica Grupos
	-Determinar o número de frutos dispostos em caixas com estrutura retangular -Determinar o número de desenhos estampados em cortinas	Multiplicação (ideia de produto)	Propriedades comutativa e distributiva da multiplicação em relação à adição	Estrutura retangular
	-Empilhar	Multiplicação (ideia)	Propriedade	Estrutura

Sentido	Contexto	Procedimentos de cálculo	Propriedades da multiplicação	Modelo
	embalagens	de volume)	associativa $2 \times 3 \times 5$ <i>5 camadas de 2×3 latas de sumo</i>	tridimensional
Proporcional	-Fazer grupos -Calcular preços de artigos a partir do preço unitário	Adição Contagem por dobros Dupla contagem	Ideia da propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição, usando os dobros: <i>4 vezes 5 é 2 vezes 5 mais 2 vezes 5, ou usando o fator 10: $(10 \times)$ $10 \times 5 = 50$ $11 \times 5 = 10 \times 5$ mais 1×5 8×12 $12 \times 8 = 10 \times 8$ mais 2×8</i>	Linha dupla Tabela
Combinatório	Fazer menus Combinar vestuário	Multiplicação	Propriedade comutativa e associativa (no caso de termos mais do que dois fatores)	Esquema em árvore Tabela

A primeira coluna indica os sentidos associados à multiplicação. A segunda contém exemplos no âmbito da vida diária. A terceira refere os procedimentos de cálculo ditados pelos contextos associados. A quarta indica as propriedades da multiplicação usadas nos cálculos e a quinta mostra o modelo aconselhado para organizar cada uma das situações.

Treffers e Buys (2001, citado por Brocardo & Serrazina, 2008) sugerem que existem níveis de cálculo na aprendizagem da multiplicação:

- Cálculo por contagem é utilizado quando um problema é resolvido através da repetição formal de adições (adicionar para multiplicar). Não é expresso o uso da multiplicação como operação.
- Cálculo por estruturação incide sobre a aplicação de quantas vezes (estruturase para multiplicar). É explícito o uso da multiplicação.
- Cálculo formal é atingido através do cálculo entre dois números com recurso a propriedades da multiplicação, relações numéricas e produtos aprendidos.

No entanto, para serem atingidos os cálculos referidos anteriormente, os alunos utilizam procedimentos muito diferenciados para a resolução de problemas

multiplicativos. Mendes *et al.* (2011) categorizaram diversos procedimentos, partindo da observação dos alunos, na resolução de tarefas de multiplicação.

Tabela 2: Procedimentos usados pelos alunos na resolução de tarefas

Categorias de Procedimentos	Procedimentos Específicos
Procedimentos de contagem	Contar por “saltos”
Procedimentos aditivos	Adicionar sucessivamente
	Adicionar dois a dois
	Calcular em coluna
Procedimentos subtrativos	Subtrair sucessivamente
Procedimentos multiplicativos	Usar produtos conhecidos com números de referência
	Usar relações de dobro
	Usar múltiplos de 5 e de 10
	Recorrer à decomposição decimal de um dos fatores
	Recorrer a uma decomposição não decimal de um dos fatores
	Usar múltiplos de 10 e compensar
	Usar relações de dobro e de metade
	Multiplicar sucessivamente a partir de um produto de referência
	Calcular em coluna

A aprendizagem da tabuada da multiplicação é um tema pouco consensual. Uns defendem o ensino da mesma, como forma de desenvolver a memória, enquanto outros defendem-na como estratégia de resolução de problemas. Brocardo e Serrazina (2008) referem a importância da realização de tarefas em contextos adequados cuja finalidade seja a inclusão de conceitos e propriedades, gradualmente e de forma natural. Desta forma, os alunos ao mesmo tempo que vão evoluindo no nível de aprendizagem vão edificando os produtos que constituem as tabuadas. A sua memorização é necessária mas deve ser feita gradualmente e não como a base que determina o entendimento da multiplicação (p. 164).

Treffers e Buys (2001) reconhecem três etapas para a aprendizagem das tabuadas: a construção do conceito, o cálculo inteligente e flexível e a memorização completa das tabuadas mais importantes. Destacam que cada uma destas etapas deve acompanhar os três níveis de aprendizagem da multiplicação, anteriormente indicados. Os alunos começam por efetuar os cálculos por contagem e progressivamente evoluem para o cálculo formal.

Tecnologias da Informação e Comunicação (TIC)

A integração da Informática no desenvolvimento das aprendizagens

“O Homem sempre construiu instrumentos. O computador é exactamente isso, um instrumento, um instrumento que amplifica uma capacidade natural humana – a capacidade intelectual”

(Steve Jobs, 1985)

Nos anos 80, do séc. XX, apareceram no mercado os computadores pessoais sendo, a partir desta década que as TIC passam a ser uma ferramenta de utilização cada vez maior.

A década de 90 foi considerada um potencial revolucionário das novas tecnologias de informação e comunicação. Costa (2007) descreve que estas novas tecnologias digitais perfazem em si um potencial sem precedentes na história da Humanidade pois o seu poder de transformação veio influenciar a forma como convivemos, como trabalhamos e como lidamos com o conhecimento.

Desde então, caminhámos de forma veloz para a sociedade da informação como a designamos hoje. Perante estes novos desafios surge a escola que, ou se alia a esta nova ferramenta de ensino e retira as vantagens por ela proporcionadas ou permanece subjugada ao ensino tradicional.

Não se deve exigir aos alunos somente o uso do suporte de papel, mas também incentivar a utilização das novas tecnologias de informação, através dos programas apropriados, de modo a adquirirem técnicas e instrumentos de trabalho conducentes a melhores conhecimentos. A junção entre o ensino tradicional e a informática parece ser uma mais-valia para os alunos.

Salomon, G. (2002) refere que a *Association for Educational Communications and Technology* define a tecnologia educacional como sendo um campo de estudo que visa facilitar a aprendizagem através da identificação, do desenvolvimento, da organização e da utilização sistemáticos de recursos de aprendizagem.

De uma tecnologia estática, que muitas vezes mais não fazia do que reproduzir digitalmente os livros, manuais e exercícios, os últimos desenvolvimentos acrescentaram características dinâmicas e interativas à tecnologia e tornaram-na num recurso que desperta o interesse das crianças e tem potencial para a aprendizagem.

Segundo Papert (1997), é através da utilização destas ferramentas que a aprendizagem se torna empenhada, desenvolvendo na criança a sua criatividade. Assim, a utilização do computador tem e continuará a ter um papel primordial na evolução educativa, como utensílio privilegiado que pode facilitar a criação de novo conhecimento.

Ainda, Papert (1997) refere que, o modo de uso do computador e a apreensão da vida digital pelos agentes do processo educativo (pais, crianças, professores) tende a ser eficaz e salutar, se trabalhado através de uma abordagem construtivista de “auto aprendizagem, fazendo do computador, equipado com *softwares* compatíveis, uma ferramenta de construção do conhecimento e, principalmente de construção de uma nova sociedade” (p. 37).

No entanto, penso que, no 1º ciclo este tipo de aprendizagem é fundamental com a presença de um adulto que oriente o trabalho da criança.

Sabemos que dificilmente encontramos uma criança que não se sinta deslumbrada quando interage com um computador. O chamamento visual é muito forte, sendo a primeira regra usada para obter a sua aprovação. Entendo que, quando uma atividade é divertida e envolvente, a criança sente satisfação na sua realização e fica impaciente por repetir.

Assim, neste sentido, menciono que “o software educativo multimédia ao integrar diferentes media na representação da informação, capta a atenção dos sentidos do utilizador, sobretudo da visão e da audição e, ao exigir interacção física e intelectual do sujeito, torna-se apelativo para o público-alvo” (Carvalho, 2006, p. 69). A escola poderá/deverá ser então, o sítio ideal para o uso do computador como instrumento de ensino/aprendizagem.

As TIC e a Matemática no 1º Ciclo

“A utilização lectiva do computador...possibilita o envolvimento dos alunos em actividade matemática intensa e significativa, favorecendo o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à disciplina e uma visão mais próxima da sua verdadeira natureza”

(Ponte, 1997, p. 98)

“O futuro perspectivado de uma sociedade de informação e também do conhecimento depende significativamente do que hoje ocorre nas escolas.” (Ministério da Educação, 2002, p. 17). Neste sentido, a articulação entre o ensino dirigido pelo professor e as novas tecnologias parecem formar uma parceria educativa relevante.

Relativamente à Matemática, Belchior *et al.* (1993), pensam que as TIC despontam como um forte aliado pela possibilidade de uso de programas para a abordagem de conceitos matemáticos: a contagem, a numeração, a classificação, o reconhecimento de formas, a ordenação, ...

No entanto, as atividades realizadas no computador não devem substituir as de manipulação e exploração de objetos em situações reais pois estas são essenciais para a aprendizagem da Matemática. Dado que, os objetos da Matemática são entes abstratos torna-se primordial que as concepções e relações que as crianças têm de apreender se possam apoiar num suporte físico.

O *software* educativo com características multimédia pode ajudar os alunos, desde cedo, a apreciar Matemática. Entre esse *software* aparecem os jogos educativos que permitem aos alunos registar os seus avanços sob o formato de esquemas. Muitos jogos educativos baseiam-se em disposições ou tarefas lógicas que o aluno tem de concretizar individualmente ou em grupo, fazendo desta forma apelo ao uso das suas capacidades matemáticas e de resolução de problemas (Griffin, 1995).

Os *applets* como tecnologias dinâmicas e interativas

O programa utilizado para a realização deste projeto integra-se numa categoria de aplicações interativas, designada por *applets*. Na área em estudo, podemos distinguir dois tipos de *applet*.: os *applet* de modelação, que apoiam o desenvolvimento da compreensão matemática (conceitos) e os *applet* de exercício, que ajudam na evolução de habilidades matemáticas.

Sendo que, os *applets* são animações virtuais interativas focalizadas na evolução ou consolidação de um determinado assunto. Ferrara *et al.* (2006) atestam que a interatividade proporcionada pela tecnologia permite dar um retorno às acções do utilizador, fazê-lo avaliar e reflectir sobre os efeitos dessas acções e buscar formas de resolução das tarefas, contornando eventuais obstáculos. Esta característica vinculada à dinamicidade e fazendo uso de diversas representações facilita a abordagem aos conceitos essenciais da multiplicação, destacando a construção de significados, mais do que os aspetos manipulativos.

Investigadores educacionais e professores têm vindo a realizar experiências através da utilização de *applets* matemáticos. Heck, Boon, Bokhove e Koolstra (2007), mentores de um projeto designado Galois, realizado entre 2004 e 2006 numa escola da Holanda, referem:

Verificou-se que a utilização de *applets* tem um valor extra: eles são divertidos e motivam os estudantes; eles permitem que os alunos trabalhem o seu próprio

nível pensamento e, assim, melhorem as diferenças individuais entre os alunos; as características visuais, interactivas e dinâmicas dos *applet* faz com que a Matemática seja mais fácil de compreender; graças ao poder de cálculo dos *applet* é possível focar conceitos e modelos matemáticos; os alunos tornam-se mais criativos e com uma maior auto-estima; o modelo dos *applet* permite que os alunos possam errar e corrigir; a prática e as características de *feedback* são muito mais poderosas do que os exercícios de lápis e papel. No entanto, para retirar proveitos de todas as suas características, os *applet* devem ser integrados no quotidiano das aulas de matemática da turma. A utilização do computador não deve ser tida como uma tarefa voluntária e extra além das aulas regulares de matemática (p. 5).

Devido a estas características e pelas dificuldades identificadas nos alunos, relativamente à multiplicação, a aplicação desta tecnologia afigura-se particularmente auspiciosa.

METODOLOGIA

Caraterização do método de investigação

A metodologia a utilizar num trabalho de investigação leva-nos ao encontro da forma como queremos e vamos explorar essa mesma investigação. Segundo Arends (1995), “aprender com base na investigação implica a compreensão dos métodos e linguagem utilizados pelos investigadores, bem como saber o que fazer com a informação daí resultante” (p. 513).

Neste trabalho de investigação usei o estudo de caso coletivo que tem sido definido como sendo “termo global para uma família de métodos de investigação que têm em comum o facto de se concentrarem deliberadamente sobre o estudo de um determinado caso” (Adelman *et al.*, 1977, citado por Bell, 2004, p. 22).

Um estudo de caso interessa-se sobretudo pela interação de fatores e acontecimentos e, como Nisbet e Watt (1980, citado por Bell, 2004, p. 5) salientam, “por vezes, apenas tomando em consideração um caso prático pode obter-se uma ideia completa desta interacção” (Bell, 2004, p. 23). Pretendi centrar os objetivos deste estudo na compreensão da forma como estes alunos vivem e interpretam as suas experiências relativas à multiplicação, usando a tecnologia, focando-me não só nos resultados, mas também nos processos para lá chegar.

Para efetuar este estudo selecionei três alunos, uma escolha que não foi completamente aleatória: um aluno sem dificuldades na aprendizagem da multiplicação, outro com algumas e ainda um com muitas dificuldades. O objetivo foi perceber as preferências destes sujeitos relativamente ao uso das TIC, para a aprendizagem da multiplicação. Assim sendo, escolhi-os com o objetivo de investigar em que medida o uso das TIC contribui para o entendimento da multiplicação, quais as dificuldades dos alunos e indagar em que medida a visualização e exploração de *applets* sobre a multiplicação é capaz ou não de contribuir para superar as dificuldades detetadas. “A grande vantagem deste método consiste no facto de permitir ao investigador a possibilidade de se concentrar num caso específico ou situação e de identificar, ou tentar identificar, os diversos processos interactivos em curso” (Bell, 2004, p. 23).

Entendo que, o estudo de caso coletivo permite que o professor (investigador) observe, compreenda, investigue e descreva uma determinada situação real, adquirindo compreensão que pode ser proveitosa na tomada de decisão frente a

outras situações. Ou seja, eu estudo estes três alunos, um a um, para perceber como cada um deles aprende a multiplicação servindo-se de um recurso TIC, procurando assim trazer 'luz' ao fenómeno que podemos designar por utilização das TIC na aprendizagem da multiplicação. Eu não quero nem vou generalizar o que vir nestes alunos mas vou identificar padrões, diferenças, etc. que vão enriquecer o conhecimento sobre esta temática. Após a análise de cada um dos casos, procuro cruzar e coordenar os três casos, identificando padrões e semelhanças, mas também diferenças, o que se traduz num estudo de caso coletivo.

O interesse num estudo com estas características deveu-se à convicção de que ele poderá facilitar uma compreensão mais ampla sobre a aprendizagem em causa, a multiplicação, utilizando uma ferramenta interativa que poderá favorecer, ou não, o que pretendo analisar.

Refere Stake (2007) que “teremos um problema de investigação, (...), uma necessidade de compreensão global, e sentiremos que poderemos alcançar um conhecimento mais profundo se estudarmos um caso particular” (p. 19). Eu poderia ter escolhido só um aluno com dificuldades na multiplicação para estudar mas tive a intenção de compreender qual a importância de haver uma coordenação entre os casos. Assim, este estudo de caso é instrumental pois foi desenvolvido com o desígnio de auxiliar no conhecimento de um problema específico.

Nesta perspetiva, considerando a natureza e a questão – problema, este estudo segue uma metodologia com uma abordagem qualitativa. Segundo Bogdan e Biklen (1994, p. 16):

Utilizamos a expressão investigação qualitativa como um termo genérico que agrupa diversas estratégias de investigação que partilham determinadas características. Os dados recolhidos são designados por qualitativos, o que significa ricos em pormenores descritivos relativamente a pessoas, locais e conversas, e de complexo tratamento estatístico. As questões a investigar não se estabelecem mediante a operacionalização de variáveis, sendo, formuladas com o objectivo de investigar os fenómenos em toda a sua complexidade e em contexto natural. (...) Privilegiam essencialmente, a compreensão dos comportamentos a partir da perspectiva dos sujeitos da investigação.

Assim, os dados são obtidos através do contato direto, sendo a sua interpretação o instrumento-chave de análise; os dados são descritivos e obtidos a partir de palavras e imagens, em vez de números; o seu principal objetivo é entender os factos que vão acontecendo; todo o conhecimento vai sendo traçado à medida que os dados reunidos se vão juntando e adquirindo sentido, do particular para o geral e, também, o significado adquire uma utilidade extrema, em que se tenta reter, da forma mais

fidedigna possível, as diferentes perspetivas dos participantes para perceber as dinâmicas internas das situações.

Bogdan e Biklen (1994) mencionam que os métodos qualitativos baseiam-se privilegiadamente na observação, na entrevista aberta e na análise de documentos. A aplicação destas técnicas constitui uma forma de recolha de dados e a sua triangulação uma forma de melhorar a validade dos resultados.

Caraterização do contexto de estudo

O projeto foi desenvolvido no decorrer do ano letivo 2011/2012, com uma turma do 4.º ano de escolaridade da EB1/JI de Pinhal do General que integra o Agrupamento de Escolas da Boa Água, na Quinta do Conde.

A turma é constituída por 22 (vinte e dois) alunos, 12 (doze) do sexo feminino e 10 (dez) do sexo masculino e está com o mesmo professor desde o 2.º ano de escolaridade. As idades dos alunos estão compreendidas entre os 9 (nove) e os 11 (onze) anos e destes, 20 alunos encontram-se matriculados no 4.º ano de escolaridade pela 1.ª vez, sendo os restantes 2 alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE's) ao nível do 1.º ano.

Nesta turma existem 3 alunos com Necessidades Educativas Especiais (NEE's). Dois deles são abrangidos pelo ensino especial obedecendo a um currículo específico individual que desenvolvem numa sala de multideficiência das 9 às 12h, e após este período integram a turma onde realizam atividades diferenciadas propostas pelo professor. O outro aluno referenciado com NEE possui dificuldades ao nível da linguagem, sendo por isso acompanhado por uma terapeuta da fala. No entanto, não manifesta atraso cognitivo pelo que acompanha os conteúdos do 4.º ano.

Todos os alunos possuem nacionalidade portuguesa, exceto três crianças, uma proveniente de Cabo Verde, outra de Angola e uma do Brasil. Maioritariamente, os alunos provêm de meios socioeconómicos médios e médio-baixos, sendo vários os que beneficiam de apoio económico. Todos os alunos frequentam as atividades extracurriculares, excetuando o Apoio ao Estudo, que tem apenas 14 alunos propostos pelo professor.

Quanto aos interesses dos alunos, de um modo geral, são empenhados, participativos, colaborantes e trabalhadores. Todavia, são muito conversadores e desatentos. São alunos assíduos e, de um modo geral, pontuais. Globalmente, o grupo revela um nível académico adequado ao seu nível etário na área do Estudo do Meio, mas revela dificuldades nas áreas curriculares de Língua Portuguesa e de Matemática. Relativamente aos ritmos de trabalho e níveis de aprendizagem, pude constatar e

confirmar com o professor cooperante, tratar-se de uma turma bastante heterogénea. Revelam-se pouco autónomos na realização das tarefas pois constantemente pedem ajuda na interpretação dos enunciados.

A metodologia de trabalho adotada pelo docente é preferencialmente de trabalho individual, usando como recursos, os manuais escolares, a plataforma “Escola Virtual” (uma plataforma de recursos digitais multimédia da Porto Editora), o quadro interativo, um blogue da turma, *applets*, o motor de busca *Google*, apresentações em *PowerPoint* e o processador de texto *Office Word*, utilizadas frequentemente no contexto de sala de aula. No entanto, a sala só dispõe de um computador, o que implica o uso de uma tela e de um projetor, a fim de proporcionar a observação por todos os alunos.

A nível de comportamento, são crianças que constantemente procuram infringir os limites e as regras, só moderando a conduta após chamadas de atenção de forma rígida. Os encarregados de educação, segundo o professor cooperante, têm uma participação pouco ativa, mostrando interesse restrito pela vida escolar dos seus educandos.

Caraterização das técnicas de recolha e tratamento de dados

No plano de intervenção seguido para responder à questão de partida, vou recorrer a alguns instrumentos de recolha de dados que me permitam aceder a informação pertinente e, posteriormente, proceder a uma análise dos dados. Assim, as técnicas usadas num estudo deste tipo, de natureza interpretativa e descritiva, serão a observação participante, a entrevista e a análise documental (dos materiais produzidos pelos alunos em papel e no computador).

A observação não é uma tarefa simples, implica empenho, conhecimento e compreensão de fundo, aliado à “capacidade para desenvolver raciocínios originais e a habilidade para identificar acontecimentos significativos” (Nisbet, 1977, citado por Bell, 2004, p. 140). Para realizar este tipo de estudo é necessário um planeamento adequado e a condução do mesmo deve ser cuidadosa. No entanto, é uma técnica que pode muitas vezes descobrir caraterísticas de grupos ou sujeitos impossíveis de mostrar por outros meios.

Para concretizar esta investigação, considereei pertinente e útil utilizar a observação participante, em que a partir do contato direto com os alunos (os intervenientes do estudo), poderei ir retirando algumas conclusões. A observação direta pode ser confiável e útil pois permite verificar na ocasião o comportamento dos alunos. Assim, o local específico é a sala de aula, o grupo escolhido foi de 3 alunos e as atividades consistiram na realização de jogos que envolvem a multiplicação. O principal objetivo

com a escolha da observação, como um dos principais instrumentos de recolha de dados, é a pretensão em observar se através de diferentes recursos (papel e computador) as dificuldades dos alunos diminuem relativamente à multiplicação.

Hader e Lindeman, citados por Mann (1983), afirmam que a observação participante se refere a uma situação onde o observador fica tão próximo do contexto quanto a um membro do grupo que ele está a estudar e participa nas atividades normais desse grupo. Segundo Lacey (1976) citado por Judith Bell define-se observação participante como “a transferência do indivíduo total para uma experiência imaginativa e emocional no qual o investigador aprendeu a viver e a compreender o novo mundo” (Bell, 2004, p. 162).

A observação participante oferece muitas vantagens para o observador, enquanto instrumento exploratório e principal técnica de recolha de dados. Todavia, é preciso ter em conta que a utilização da observação participante pode comportar alguns riscos, pois “por regra, os observadores que utilizam as técnicas observacionais permanecem junto dos sujeitos que estudam. Na realidade, alguns tornam-se participantes e tentam mesmo influenciar as questões de estudo” (Arends, 1995, p. 516). Como tal, é necessário não descurar este aspeto, tendo como principal objetivo a veracidade dos resultados.

Outra técnica a que recorrerei para tentar dar resposta à questão inicial é a análise dos produtos realizados pelos alunos, nomeadamente as produções escritas que foram realizadas todos os dias, como tarefas de cálculo mental. Pretendia verificar se, com a introdução das TIC, as dificuldades relativamente à aprendizagem da multiplicação diminuíam. Esta técnica serviu para complementar a informação obtida por outros métodos, desenvolvendo a triangulação.

Utilizei ainda duas entrevistas abertas tendo como principal objetivo perceber a avaliação dos alunos relativamente à utilização das TIC e à diminuição (ou não) das suas dificuldades. Estas entrevistas foram realizadas em grupo, uma no início do estudo e outra no final, e foram gravadas para posterior transcrição e análise. “Uma entrevista consiste numa conversa intencional, geralmente entre duas pessoas, embora (...) possa envolver mais pessoas, dirigida por uma das pessoas, com o objectivo de obter informações sobre a outra.” (Morgan, 1988, citado por Bogdan & Biklen, 1994, p. 134)

No caso das entrevistas, a grande vantagem é a adaptabilidade que poderemos obter a partir destas e a capacidade/oportunidade do entrevistador conseguir extrair

informação na presença do entrevistado, nomeadamente sobre factos passados, dificilmente observáveis ou que se pretendem esclarecer.

Um entrevistador habilidoso consegue explorar determinadas ideias, testar respostas, investigar motivos e sentimentos, coisa que o inquirido nunca poderá fazer. A forma como determinada resposta é dada (o tom de voz, a expressão facial, a hesitação, etc.) poderá fornecer informações que uma resposta escrita nunca revelaria. (Bell, 2004, p. 118)

No entanto, a entrevista pode trazer desvantagens ao estudo pois existe a possibilidade de o entrevistador não ser imparcial e imiscuir-se na mesma, devido ao facto de “os entrevistadores serem seres humanos e não máquinas e de a sua maneira de ser poder influenciar os entrevistados” (Selltitz *et al.*, 1962, p. 583, citado por Bell, 2004, p. 122). Outros fatores que podem influenciar as respostas de alguma forma é “a ânsia do entrevistado em agradar ao entrevistador (...), a tendência do entrevistador para procurar fundamentar as suas noções preconcebidas são apenas alguns factores que podem contribuir para a análise parcial dos dados obtidos do entrevistado” (Borg, 1981, p. 87, citado por Bell, 2004, p. 123).

Após os dados recolhidos é necessário analisá-los e avaliá-los, no entanto é necessário termos a consciência que “na análise, interpretação e apresentação de dados há que proceder cuidadosamente para não ir além daquilo que os resultados permitem” (Bell, 2004, pp. 158-159). Assim, antes de realizar a análise cruzada dos casos, introduzo uma curta secção com as perguntas que fiz e as respostas que os alunos deram nas entrevistas, seguidas de comentários resultantes da interpretação das mesmas, que procuro, em seguida, integrar na referida análise.

Sistematizando, o objetivo geral do estudo de caso é explorar, descrever, explicar e avaliar. As conclusões apresentadas devem decorrer da interpretação das palavras e das ações dos próprios intervenientes, usando-as como exemplo e evidência, não sendo somente uma composição da mais ou menos fértil conceção do investigador.

Num estudo de caso as objeções colocadas à observação e às entrevistas podem ser minimizadas por um processo de triangulação, nomeadamente utilizando várias fontes de dados, procurando confirmar os dados obtidos. Yin (1984) afirma que a necessidade de triangulação surge da necessidade moral para confirmar a validade dos processos, ou seja, para ampliar a credibilidade das interpretações feitas, dever-se recorrer a um ou a vários métodos.

Neste trabalho utilizei a triangulação metodológica (observação, entrevista e documentos), pois esta permitiu-me aumentar a confiança nas interpretações e compreender melhor as dificuldades dos alunos.

APRESENTAÇÃO E INTERPRETAÇÃO DA INTERVENÇÃO

O contexto da intervenção

Os três alunos selecionados para integrarem este projeto foram-no devido ao seu nível de aprendizagem ser díspar em relação à multiplicação. Devo referir que, nos dias em que decorreram as observações nem sempre estiveram presentes os três, o que dificultou a análise da intervenção. Dos alunos selecionados, um revela uma aprendizagem significativa em relação à multiplicação pois apreendeu com relativa facilidade os conceitos associados (João); outro aluno ainda não dominava completamente os diferentes significados desta operação (Rafael), sendo que, recorria com frequência ao aspeto aditivo da mesma e a outra interveniente (Elsa) possuía bastantes dificuldades nesta aprendizagem.

Na planificação detalhada, para os dias de implementação deste projeto, os objetivos curriculares e conteúdos inerentes foram:

Números e Operações

- Realiza contagens progressivas e regressivas a partir de números dados.

Operações com números naturais

- Utiliza estratégias de cálculo mental e escrito para a multiplicação usando as suas propriedades.
- Compreende, constrói e memoriza as tabuadas da multiplicação.
- Resolve problemas tirando partido da relação entre a multiplicação e a divisão.
- Realiza estimativas e avalia a razoabilidade de um dado resultado em situações de cálculo.
- Investiga regularidades numéricas.

A intervenção ocorreu em cinco aulas com a duração de duas horas diárias cada e a calendarização e *applets* utilizados são descritos na tabela abaixo:

Tabela 3: Calendário das aulas

Nº da aula	Data da aula	<i>Applet</i> utilizado
Aula 1	3 Janeiro 2012	<i>The table trees</i> <i>Puzzle multiplication</i>
Aula 2	4 Janeiro 2012	<i>Puzzle multiplication</i>
Aula 3	9 Janeiro 2012	<i>Puzzle multiplication</i>
Aula 4	10 Janeiro 2012	<i>Puzzle multiplication</i>
Aula 5	11 Janeiro 2012	<i>Puzzle multiplication</i>

Os *applets* referidos na tabela anterior têm a seguinte configuração:

- “The table trees”

<http://www.amblesideprimary.com/ambleweb/mentalmaths/tabletrees.html>

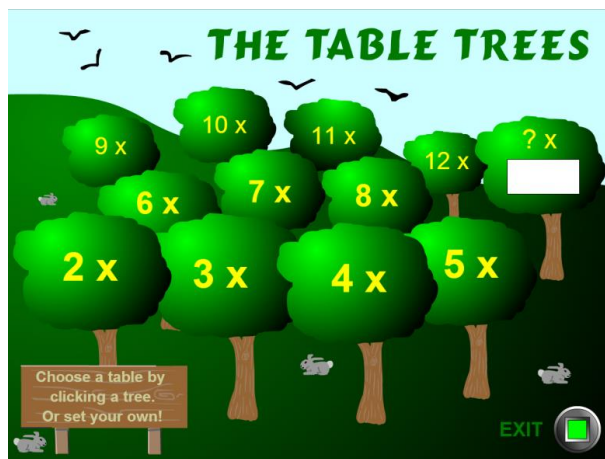


Figura 1: Apresentação do jogo *The Table Trees*

The table trees é uma ferramenta interativa que consiste na resolução de operações de multiplicação em que o utilizador seleciona a tabuada pretendida (Fig. 1). Após a indicação do produto, permite a verificação da resposta. Se a solução estiver correta, o jogo vai prosseguindo com novas propostas; se estiver incorreta, é apresentada no ecrã a informação *too low* ou *too high* consoante a aproximação à resposta correta seja mais baixa ou mais alta.

- “Puzzle multiplication”

http://escolovar.org/mat_multiplicationpuzzle.swf



Figura 2: Apresentação do jogo *Puzzle multiplication*

Puzzle multiplication é um aplicativo que, como o nome indica, aborda o conceito da multiplicação. Pretende o preenchimento de uma tabela com uma ou mais tabuadas,

consoante a seleção efetuada pelo jogador no início do jogo. Além da escolha da tabuada, o utilizador pode optar pelo tamanho da grelha, pela contagem do tempo, efeitos sonoros e ajuda (Fig. 2). A resposta a cada operação é introduzida numa “calculadora” (Fig. 3) que imediatamente emite um sinal sonoro diferente aos dois tipos de resolução possíveis. Caso seja exata, é permitido ao utilizador passar à célula seguinte; se o produto for inexato aparece na “calculadora” a indicação de incorreto (Fig. 4).



Figura 3: Exemplo de uma grelha com a calculadora para resposta

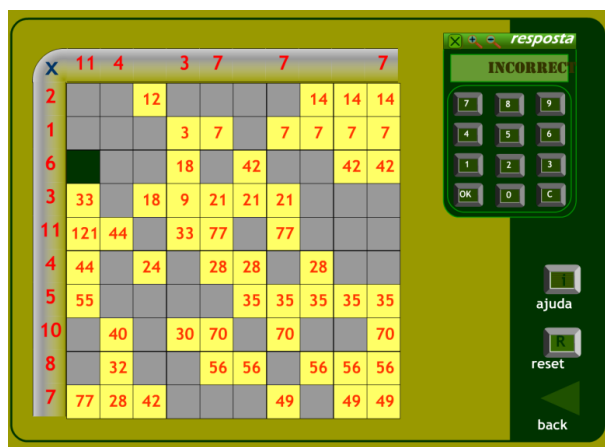


Figura 4: Exemplo de uma resposta incorreta

Este *puzzle* dispõe de um botão de ajuda (Fig. 5) cuja funcionalidade é permitir ao utilizador visualizar as tabuadas quando necessário. No entanto, ficou estipulado que o mesmo não seria utilizado pois pretendíamos verificar a forma de cálculo dos alunos.

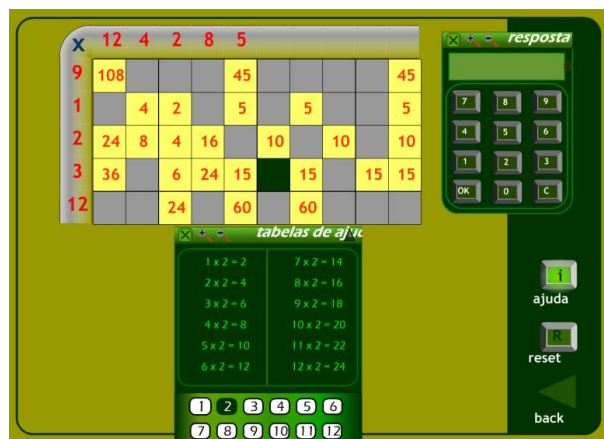


Figura 5: Exemplo de uma tabela de ajuda

Os alunos efetuaram as operações no único computador da sala, que associado a um projetor, permitia a visualização dos aplicativos.

Uma das rotinas diárias, implementada desde o início do estágio, foi a resolução de tarefas de cálculo mental que incluíam todas as operações. Durante a implementação do projeto, foi alterada a configuração das mesmas para uma tabela (Fig. 6) igual à que iriam resolver no *applet* cuja operação visada era a multiplicação.

x	3	3	3		
9	27	27		27	27
4	12		12	12	
5	15	15	15	15	15
10				30	30
1				3	

Figura 6: Exemplo de uma das tabelas para o cálculo mental

Após a resolução da mesma, cuja duração foi de 3 minutos para as tabelas 5x5 e 5 minutos para as tabelas 5x10, procedíamos à correção através da explicação das diferentes formas de cálculo. A cada célula correta equivalia 10 pontos. Posteriormente, os alunos deveriam escrever quais as dificuldades sentidas na resolução da tarefa.

Em seguida, descrevo o trabalho desenvolvido por cada um dos três alunos envolvidos no estudo.

O caso João

O João, de 9 anos, é um rapaz tranquilo e revela grande interesse pela aprendizagem. Demonstra sucesso no desempenho escolar em todas as áreas curriculares. No entanto, tem algumas dificuldades em exprimir-se devido à sua timidez e modéstia. Sabe executar as tarefas, mas por vezes não consegue explicar o seu raciocínio. Aprecia tarefas lúdicas, como por exemplo quebra-cabeças, revelando satisfação por desafios.

Aula 1

Faltou

Aula 2

Tarefa de cálculo mental

Apesar de ter faltado no dia que iniciou este projeto, o João ficou entusiasmado com esta nova tarefa de cálculo mental. Sem grandes explicações, acerca da forma de preenchimento da tabela, percebeu de imediato como deveria ser completada. Sendo que obteve 310 pontos (Fig. 7), num máximo de 320, pois cada resultado correto valia 10 pontos.

X	9	2	8	6	2	7	7	3	7	7
7	63	14	56	42	49	49	49	21	49	49
3	27	6	24	18	21	21	21	9	21	21
1	9	2	8	6	2	7	7	3	7	7
10	90	20	80	60	70	70	70	30	70	70
12	108	24	96	72	84	84	84	36	84	84

Figura 7: Resultado do cálculo mental com 310 pontos

Apesar de a tabela incluir diversas tabuadas (2, 6, 7, 8 e 9), tal facto não constituiu um obstáculo para o aluno. Entendeu de imediato que o fator da barra horizontal deveria ser preenchido para que pudesse completar a tabela. Errou uma célula apenas por distração, conforme referiu.

Estagiária: Como chegaste a estes resultados?

João: Foi fácil, como havia uma parcela com o 10 vi logo quais as tabuadas que era preciso colocar em cima. Só a 8ª coluna é que não tinha nada e então escolhi a tabuada do 3 que não estava em lado nenhum.

Estagiária: Mas a 1.^a e 2.^a colunas cujo multiplicador é o 10 não tem resultado nem o multiplicando. Como percebeste?

João: Pelos resultados da fila anterior, que eram o 9 e o 2. Ora, se estes eram os resultados e o multiplicador era 1, então as tabuadas só podiam ser essas mesmas.

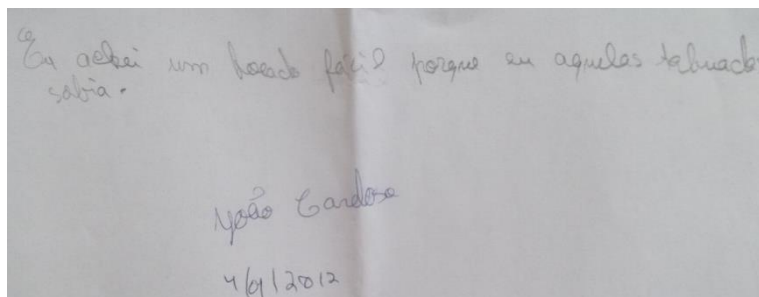


Figura 8: Comentário do João ao cálculo mental do dia 4-1-2012

O João considerou, esta tarefa de cálculo mental, fácil porque dominava as tabuadas (Fig. 8). Pelas suas respostas, depreendo que, o aluno identificou de imediato qual o multiplicador em falta, para o fator 10, pois retirou à direita do produto apresentado o zero.

No raciocínio do produto e do multiplicador da 1.^a e 2.^a colunas pensou ao contrário. Usou como referência a linha de cima cujo multiplicador era o 1, elemento neutro da multiplicação, ou seja manteve o multiplicador e obteve o produto acrescentando à direita o zero.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Após uma breve explicação sobre o *puzzle*, devido à sua ausência no dia anterior, que incluiu as tabuadas 5, 6, 9, 10, 11 e 12 (Fig. 9), o João explicou o seu raciocínio da seguinte forma:

x	11	12	10							6
2	18	22	24	10						12
11		121				66	66	66	66	66
1			12	5	10				6	6
3	27			15						
4			48		24	24	24	24	24	24

Figura 9: *Puzzle* – Tabela 5x10

x	9	11	12	5	10	6	6	6	6	6
2	18	22	24	10	20	12	12	12	12	12
11	99	121	132	55	110	66	66	66	66	66
1	9	11	12	5	10	6	6	6	6	6
3	27	33	36	15	30	18	18	18	18	18
4	36	44	48	20	40	24	24	24	24	24

Figura 10: Resolução do João

Estagiária: Acho que não tiveste dificuldades na tarefa (Fig. 10) e já agora podes explicar-me como pensaste relativamente à tabuada do 11?

João: Fácil, pois os que estavam por preencher só tinham um algarismo e a eles multipliquei por dez e acrescentei mais esse número. Isto é, $3 \times 10 = 30$; $30 + 3 = 33$.

Estagiária: E se o 11×11 não estivesse preenchido, pensarias da mesma forma?

João: Sim, podia fazer $11 \times 10 = 110$; $110 + 11 = 121$, mas consigo de uma forma mais rápida. Por exemplo, conforme o truque que nos ensinaste no outro dia, qualquer número multiplicado por 11 pode ser resolvido assim: 45×11 põe-se o primeiro algarismo (4) e o último será o 5; a soma destes dois algarismos ($4 + 5 = 9$) será o do meio (495)

Estagiária: E em relação à tabuada do 12?

João: Na segunda linha, 11×12 pensei da mesma forma que a do 11 só que troquei a ordem; 12×11

Estagiária: Portanto, 11×12 é o mesmo que 12×11 ?

João: Não é, pois 11 caixas com 12 lápis não é igual a 12 caixas com 11 lápis. Só pensei assim por ser mais rápido e o resultado ser igual.

O João calculou 3×11 da seguinte forma: $3 \times 10 = 30$; $30 + 3 = 33$ significa que elegeu um procedimento de decomposição do multiplicando que utilizou, também na resolução do 11×11 . No entanto, quando questionado sobre outra forma de resolução desta última, o aluno soube utilizar uma estratégia de cálculo mental, que se apropriou uns dias antes noutras tarefas. Isto é, o primeiro dígito repete na 1ª casa, o segundo dígito repete na 3ª casa e a 2ª casa é a soma do primeiro com o segundo dígito. Esta forma de cálculo mental não é mais do que a aplicação de decomposição do 11 e da propriedade distributiva do multiplicando – $11 \times 11 = 11 \times (10 + 1) = 110 + 11 = 121$.

A fim de entender se o João sabia que tinha utilizado a propriedade comutativa da multiplicação questionei-o sobre a forma como tinha resolvido o 11×12 que transformou em 12×11 para uma mais rápida solução. A resposta evidenciou-me, claramente, que sabia e que tinha a noção do seu significado, quando refere que invertendo os fatores o produto é igual mas que não significam o mesmo, exemplificando com o contexto de uma tarefa. Esta observação do aluno demonstra a utilização desta propriedade que, neste caso, eu deveria ter aproveitado para aprofundar se conhecia a designação e pedindo outros exemplos, mas que a dinâmica da sala de aula por vezes nos impede de dar atenção a tudo.

Aula 3

Tarefa de cálculo mental

Neste dia, a tabela incluía as tabuadas do 4, 6, 7, 8 e 9, o João terminou a sua resolução antes do tempo estipulado de 5 minutos. Obteve a pontuação máxima pois todos os resultados estavam corretos (Fig. 11)

	4	6	7	8	9	4	6	7	8	9	10	12	14	16	18
4	16	24	28	32	36	40	48	56	64	72	80	96	112	128	144
6	24	36	42	48	54	60	72	84	96	108	120	144	168	192	216
7	28	42	49	56	63	70	84	98	112	126	140	168	196	224	252
8	32	48	56	64	72	80	96	112	128	144	160	192	224	256	288
9	36	54	63	72	81	90	108	126	144	162	180	216	252	288	324

Figura 11: Resultado do cálculo mental a que atribuí 350 pontos

Estagiária: Houve alguma tabuada em que tivesses mais dificuldade?

João: Achei um bocado fácil porque eu sei as tabuadas mais ou menos

Estagiária: Das tabuadas em falta no multiplicando, surgiu-te alguma dúvida?

João: Não, a da 4ª linha foi rápida pois tinha o fator 10 que me indicou logo qual era. Depois a da 6ª coluna como não tinha nenhum resultado, eu pude escolher a tabuada e fiz a do 10. As restantes eram todas iguais e o resultado 88, deu-me a saber que a tabuada era a do 8 pois $8 \times 11 = 88$ ou também podia fazer $88 : 11 = 8$

Nas suas explicações, relativamente à tarefa de cálculo mental, o aluno soube expressar devidamente que podia ter utilizado a operação inversa da multiplicação, a divisão, no seu raciocínio de “ $8 \times 11 = 88$ ou também podia fazer $88 : 11 = 8$ ”. Isto é, neste cálculo dividiu o produto pelo multiplicando para encontrar o multiplicador ou então o produto pelo multiplicador para encontrar o multiplicando.

Nas quatro últimas colunas, o João referiu que os resultados eram todos iguais, evidenciando que percebeu a existência de regularidades numéricas. No entanto, devido ao período de tempo ser escasso para a realização deste projeto, não foram aprofundadas as regularidades que poderiam ser uma mais-valia para o aluno, para mim e para o trabalho de investigação.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Neste terceiro dia, acrescentou-se uma linha/coluna para 10×10 (Fig. 12) e as tabuadas utilizadas foram todas as permitidas pelo jogo, 1 a 12, exceto a do 1 e do 10 por serem muito fáceis.

x	6	5	11	8						
2	6	8		10						24
12			72	132	108	96	84			
7	21		42		63			14	84	
8		32	48	40		64		16		
3	9	12		15	27		21		36	
6	18		30	66		48	42	12		
9			45	99	81				108	
5	15	20	30	25	45	40	35			
11	33	44		55	99	88	77	22		
1	3		6							12

Figura 12: *Puzzle* – Tabela 10x10

x	3	4	6	5	11	9	8	7	2	12
2	6	8	12	10	22	18	16	14	4	24
12	36	48	72	60	132	108	96	84	24	144
7	21	28	42	35	77	63	56	49	14	84
8	24	32	48	40	88	72	64	56	16	96
3	9	12	18	15	33	27	24	21	6	36
6	18	24	36	30	66	54	48	42	12	72
9	27	36	54	45	99	81	72	63	18	108
5	15	20	30	25	55	45	40	35	10	60
11	33	44	66	55	121	99	88	77	22	132
1	3	4	6	5	11	9	8	7	2	12

Figura 13: Resolução do João

Estagiária: Então João, como correu hoje?

João: Hoje a tabela era maior e já demorei mais a pensar pois com as tabuadas do 11 e do 12 é mais demorado (Fig. 13).

Estagiária: Podes explicar-me como pensaste nalguns casos?

João: Por exemplo, com a tabuada do 6 pensei 6×12 e fiz de cabeça $6 \times 10 = 60$; $6 \times 2 = 12$; $60 + 12 = 72$ mas também podia ser $6 \times 10 = 60$; $60 + 6$ ou $6 \times 11 = 66$ e $66 + 6$ ou $6 \times 12 = 72$

Estagiária: E no 12×12 , farias igual?

João: Igual ou diferente também dá, por exemplo, $12 \times 10 = 120$; $12 \times 2 = 24$; $120 + 24 = 144$ ou então fazia $12 \times 11 = 132$, pela regra que já aprendi (explicada na aula anterior), depois $132 + 10 = 142$ e $142 + 2 = 144$

Nas justificações do puzzle, o aluno usou processos de decomposição ($12 = 10 + 2$) e a propriedade distributiva quando afirma que para calcular 12×12 pensou $12 \times 10 = 120$; $12 \times 2 = 24$; $120 + 24 = 144$. A análise do João é justificativa da utilização destes procedimentos que, na ocasião, me pareceram óbvios mas que deveria ter analisado mais ao pormenor, ajudando o aluno a estabelecer as relações apropriadas e a identificar as propriedades que estavam a ser utilizadas.

Aula 4

Faltou

Aula 5

Tarefa de cálculo mental

Num máximo de 310 pontos, o João obteve 300 pois errou o produto de uma célula apenas por distração, conforme mencionou.

x	5	6	8	12	12	12	12	12
6	30	36	48	72	72	72	72	72
7	35	42	56	84	84	84	84	84
10	50	60	80	120	120	120	120	120
4	20	24	32	48	48	48	48	48
12	60	72	96	144	144	144	144	144

300

Figura 14: Resolução do cálculo mental com 300 pontos

Estagiária: Notei que tens feito as tarefas de cálculo mental a lápis, onde podes apagar se te enganares, e hoje fizeste a caneta (Fig. 14). Isso demonstra que estás mais confiante nos teus cálculos?

João: Não, foi por acaso, pois nem costumo apagar.

Estagiária: Houve algum cálculo mais demorado de efetuar?

João: O da tabuada do 9 pois tive de pensar qual o número que multiplicado por 7 dá 63. Disse a tabuada do 7 e vi que $7 \times 9 = 63$, então só podia ser o 9.

Estagiária: Sabes o que significa?

João: Sim, podemos trocar a ordem dos números na multiplicação que o resultado é igual, mas não significam o mesmo.

Estagiária: Sabes o nome dessa propriedade?

João: Sim, comutativa

Estagiária: E nas do 12, pensaste muito?

João: Nem pensei nada pois vi que em todas havia um resultado, foi só copiar para todos os outros.

difícil de fazer
 Notei fácil porque
 Sei mais ou menos
 as tabuadas.

Figura 15: Comentário do João ao cálculo mental do dia 11-1-2012

Estagiária: Porque escreves sempre que sabes as tabuadas mais ou menos (Fig. 15)?

João: Porque posso errar e depois dizem que sou convencido ao dizer que sei.

A explicação do João, relativamente ao uso da caneta para a realização desta tarefa parece-me demonstrar que possui confiança nos cálculos que efetua.

O aluno para explicar o seu raciocínio relativamente ao produto 63 que lhe era apresentado na segunda linha da 2ª coluna cujo multiplicador era o 7, utilizou a propriedade comutativa, invertendo-o para multiplicando. Evidenciou que sabia, não só, utilizá-la, como explicá-la.

Nesta intervenção tive a preocupação de questionar o aluno para que referisse a designação da propriedade que usou no seu raciocínio. Pretendi verificar se dominava a linguagem matemática apropriada para as explicações que produz nos exemplos e foi manifesto esse conhecimento.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Neste dia propus ao João que fosse ele a dinamizar a tarefa do *puzzle* para os colegas (Rafael ou Elsa). Pretendia, não só, valorizar o seu desempenho, como perceber se conseguia expressar os seus conhecimentos sobre a multiplicação.

Foi decidido que poderia utilizar todas as tabuadas, exceto a do 1 e do 10, e as dimensões da tabela seria 5x10 (Fig. 16).

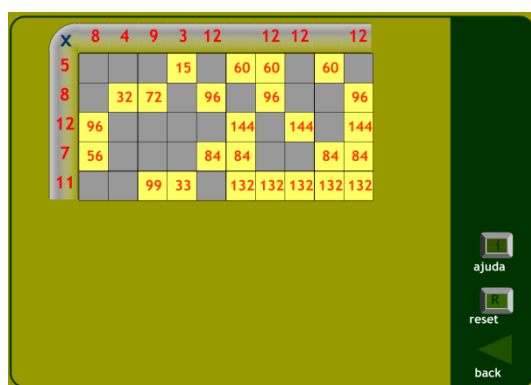


Figura 16: *Puzzle* selecionado pelo João

O aluno selecionou as tabuadas do 3, 4, 8, 9, 12 e foi pedindo as respostas.

João: Elsa, quanto é 5x8?

Elsa: Se eu pensar na tabuada do 8, fico aflita pois não sei muito bem. Agora se pensar na do 5 já é fácil, $5 \times 8 = 40$

João: O que fizeste foi trocar a ordem, isso pode fazer-se sempre?

Elsa: Não sei...

João: Claro que pode, chama-se comutar ou mudar. “Ela” é sempre usada quando fazemos isso.

Estagiária: Desculpa interromper, ela quem?

João: A propriedade que se chama comutativa é onde podemos mudar os fatores que o resultado é o mesmo. Elsa ... e agora o 7x12?

Elsa: Não consigo pensar bem...

João: Pensa assim: 12 é igual a $10+2$, certo?

Elsa: Sim

João: Então agora multiplica o 7×10 e depois o 7×2 . Depois somas os resultados das duas operações. Faz lá...

Elsa: $7 \times 10 = 70$ e $7 \times 2 = 14$

João: Então...

Elsa: $70+14$... (contou pelos dedos) dá 84

João: Olha, $70+10=80$ e $80+4=84$

Elsa: Fico nervosa e não consigo pensar bem, ainda tenho algumas dificuldades.

Inicialmente, o João revelou alguma timidez na “condução” da atividade mas veio a esbater-se durante a sua intervenção pois fluentemente questionou e explicou à colega como deveria pensar.

Com bastante facilidade, esclareceu a Elsa sobre a troca dos fatores indicando que não alteram o produto ilustrando a propriedade comutativa.

Na explicação que produziu relativamente à resolução do 12×7 , o João depois pensa como 7×12 pois é o fator 12 que decompõe em $10+2$ e daí utiliza a explicação que identifica a propriedade distributiva.

O **João**, aluno de nível alto, entendeu a dinâmica das tarefas na perfeição. No cálculo mental (aula 2), entendeu que quando um dos fatores é 1, o produto é igual ao outro fator. No caso da tabuada do 10 pensou da mesma forma e acrescentou o zero à direita conforme é exigido. Quando refere que entendeu de imediato que se o multiplicando é 1 e o produto era o 9 e o 2, logo o multiplicador é igual a estes produtos. Isto é, remete para a unidade (1) como o elemento neutro da multiplicação.

É evidente que o João já adquiriu procedimentos de decomposição e a propriedade distributiva quando refere que solucionou 3×11 da seguinte forma: $3 \times 10 = 30$; $30 + 3 = 33$ e que 6×12 é o mesmo que $6 \times 10 = 60$; $6 \times 2 = 12$; $60 + 12 = 72$.

Ainda em relação à tabuada do 11, o João de forma célere soube aplicar uma estratégia de cálculo mental ensinada dias antes desta intervenção (45×11 põe-se o primeiro algarismo (4) e o último será o 5; a soma destes dois algarismos ($4+5=9$) dá o algarismo do meio (495).

A propriedade comutativa, também, já faz parte do seu vocabulário pois soube explicá-la na perfeição durante a sua intervenção como aluno-professor. “A propriedade que se chama comutativa é onde podemos mudar os fatores que o resultado é o mesmo” (J.C.). Tendo já anteriormente dado como exemplo que: “11 caixas com 12 lápis não é igual a 12 caixas com 11 lápis. Só pensei assim por ser mais rápido e o resultado ser igual” (J.C.).

No caso do João, o entusiasmo e o interesse pelas tarefas propostas (cálculo mental e *applets*) não aumentaram relativamente à sua postura habitual. É um aluno regular em relação a todas as tarefas propostas, envolvendo ou não as novas tecnologias, e demonstra grande capacidade de explicitação dos procedimentos utilizados. Desta observação destaco o facto de o aluno ter demonstrado sinais de abandono progressivo da sua timidez nas intervenções.

O Caso Rafael

O Rafael tem 10 anos, é interessado e trabalhador mas revela ainda alguma insegurança nas suas aprendizagens. Tem facilidade em exprimir-se oralmente e procura sempre explicar o seu raciocínio, seja correto ou não. Manifesta gosto na procura, descoberta e partilha do que sabe com os colegas. Reconhece que as suas dificuldades são devidas à falta de estudo.

Aula 1

Tarefa de cálculo mental

Neste primeiro dia da intervenção foi apresentado um cálculo mental numa tabela 5x5 só com uma tabuada (Fig. 17). Após a explicação sobre a forma de preenchimento, o aluno concluiu sem dificuldades.

X	3	3	3	3	3
9	27	27	27	27	27
4	12	12	12	12	12
5	15	15	15	15	15
10	30	30	30	30	30
1	3	3	3	3	3

Figura 17: Produto do cálculo mental a que atribuí 120 pontos

Estagiária: Rafael sentiste dificuldades nesta tarefa?

Rafael: Não, foi muito fácil pois vi que eram iguais os resultados das linhas. E a tabuada do 3 também é fácil.

A resolução desta tarefa não apresentou complicações para o Rafael. Pelas suas palavras, constatei que se apoiou nas regularidades numéricas das células já completadas para obter o produto e o multiplicador em falta. No entanto, só referiu a regularidade das linhas e poderia ter aproveitado para despertar no aluno a vontade de analisar outras.

Tarefa “The Table Trees”

Este jogo visava contribuir para que os alunos se adaptassem à dinâmica das tarefas propostas através de um *applet* mais simples (Fig. 18). Era igualmente um meio para constatar o nível de conhecimentos relativamente às diferentes tabuadas.



Figura 18: Exemplo de uma operação

O aluno escolheu a tabuada pretendida, sendo que não a poderia repetir. Neste exemplo, o Rafael iniciou a tarefa com a tabuada do 7. A resposta foi dada após um pequeno período de reflexão.

Estagiária: Então Rafael, como pensaste?

Rafael: $4 \times 7 = 28$ porque pensei $4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$ mas como tinha de contar muitas vezes pelos dedos, fiz $4 \times 5 = 20$ e depois $+4$ dá 24; $+4$ dá 28.

Estagiária: E esse $+4$ e $+4$ representa o quê?

Rafael: É o 4×6 e o 4×7 pois tem sempre de se acrescentar a mais o número da tabuada com que estamos a trabalhar.

A explicação dada pelo Rafael, demonstra que pensou na adição sucessiva do multiplicador que considerou, e bem, demorada. Optou por raciocinar 4×7 mas a sua explicação é 7×4 pois foi o número 4 que adicionou sempre. Esta situação, suscitou-me dúvidas se o aluno sabia que inverteu os fatores e o seu significado.

Posteriormente, selecionou um resultado conhecido, 4×5 , e ao seu resultado adicionou $+4$ e $+4$, obtendo desta forma o produto do 4×7 que precisava.

Este pensamento denota a compreensão de que na multiplicação, ao adicionar uma unidade ao multiplicando ($4 \times 5 = 20$; $4 \times 6 = 24$), significa somar ao resultado uma vez o multiplicador pois $4 \times 6 = 4 \times (5 + 1) = 4 \times 5$ (o resultado anterior) $+ 4 \times 1$ (4).

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Conforme o cálculo mental, neste primeiro dia de intervenção, o *puzzle* proposto só incluía a tabuada do 3 numa tabela de 5×5 (Fig. 19). O Rafael preencheu toda a tabela com alguma rapidez e corretamente (Fig. 20).

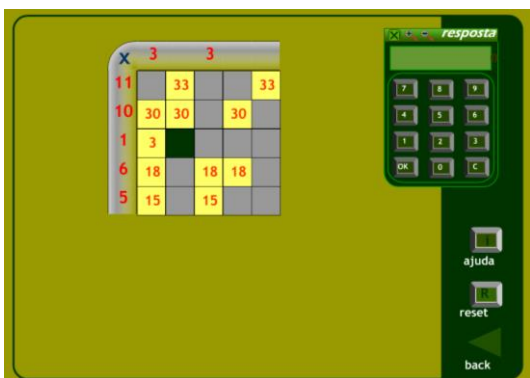


Figura 19: *Puzzle* – Tabela 5x5

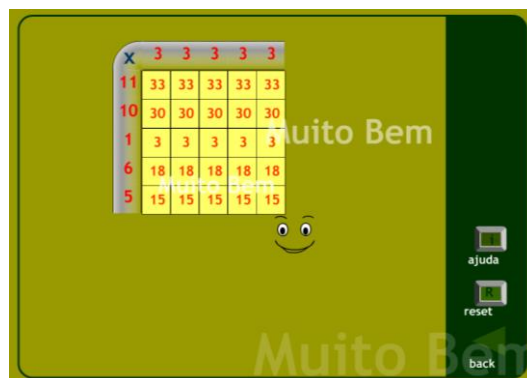


Figura 20: Resolução do Rafael

Estagiária: Acho que não tiveste dificuldades na resolução da tabela, como pensaste?

Rafael: Reparei que em todas as colunas existia um resultado e que todos pertenciam à tabuada do 3. A primeira coluna só faltava preencher o 3×11 que é 33, depois as outras foi só fazer igual.

À semelhança da tarefa de cálculo mental deste dia, percebi que o aluno não teve dificuldades na resolução do *puzzle*. Reparou nas regularidades existentes na tabela e soube aplicá-las nas células por preencher.

Aula 2

O 2º dia deste projeto iniciou com uma tabela de cálculo mental, com estrutura 5x10, que incluía as tabuadas do 2, 6, 7, 8 e 9. (Fig. 21).

x	9	2	8	6	7	7	7	7	7
7	63	14	56	42	49	49	49	49	49
3	27	6	24	18	21	21	21	21	21
1	9	2	8	6	7	7	7	7	7
10	90	20	80	60	70	70	70	70	70
12	108	24	96	72	84	84	84	84	84

Figura 21: Resultado do cálculo mental com 320 pontos

Rafael 4/1/2012
 Eu achei mais difícil a coluna que não tinha nada de resto foi tudo fácil.

Figura 22: Comentário do Rafael ao cálculo mental do dia 4-1-2012

Estagiária: O que achaste deste cálculo mental?

Rafael: Gostei, mais do que o de ontem, mas fiquei mais nervoso quando o vi. Não só pelo tamanho como pelas tabuadas que tinha.

Estagiária: Mas acertaste em todos os resultados...

Rafael: Sim porque fui vendo quais os resultados dados. Por exemplo: a tabuada do 10 e a do 1 são muito fáceis e a partir destas preenchi logo as parcelas que faltavam em cima. Dava para completar todas menos a coluna que estava toda vazia (8ª coluna).

Estagiária: E nessa coluna, como pensaste?

Rafael: Fiquei confuso pois não sabia o que devia fazer...depois, pensei que era à escolha e fiz com a tabuada do 7 pois não tinha que pensar mais.

Como este desafio possuía um nível de dificuldade acrescido, relativamente ao dia anterior, fiquei agradavelmente surpreendida com o desempenho do Rafael que completou a tarefa com todos os resultados corretos.

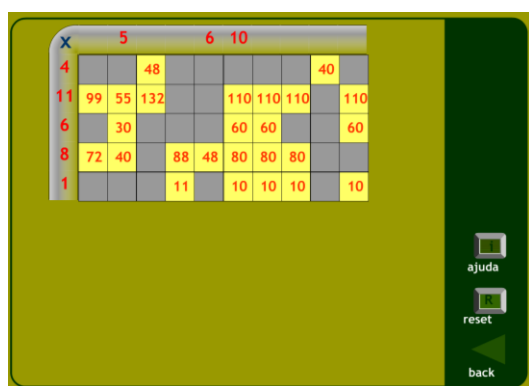
A justificação dos resultados é reveladora de que a sua primeira intenção foi examinar as regularidades numéricas existentes na tabela e a partir daí solucionou rapidamente a metade final desta.

A partir do produto da 1.ª e 2.ª colunas e do multiplicador 1, soube de imediato qual o multiplicando em falta pois este será idêntico ao seu produto.

Conforme escreveu (Fig. 22), a dificuldade do Rafael residiu na coluna que não tinha qualquer dado de referência mas após refletir, concluiu que a hipótese de resolução seria seleccionar uma tabuada à sua escolha.

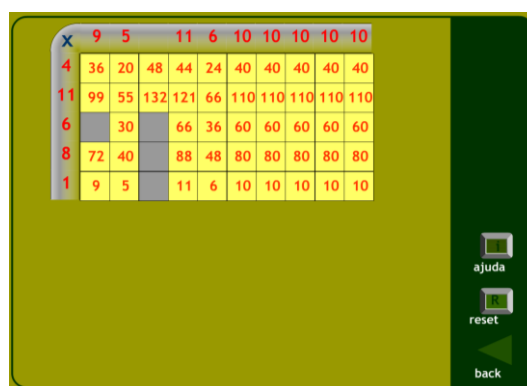
Tarefa do *puzzle* da multiplicação

A proposta do *puzzle* abrangiu as tabuadas 5, 6, 9,10,11 e 12 e teve a duração de 5 minutos. O Rafael não foi capaz de concluir o *puzzle* no tempo estipulado e explanou o seu argumento desta forma (Fig. 23):



x	5	6	10							
4			48						40	
11	99	55	132		110	110	110		110	
6		30			60	60			60	
8	72	40		88	48	80	80	80		
1			11		10	10	10		10	

Figura 23: *Puzzle* – Tabela 5x10



x	9	5	11	6	10	10	10	10	10	10
4	36	20	48	44	24	40	40	40	40	40
11	99	55	132	121	66	110	110	110	110	110
6		30		66	36	60	60	60	60	60
8	72	40		88	48	80	80	80	80	80
1	9	5		11	6	10	10	10	10	10

Figura 24: Resolução do Rafael

Estagiária: Então Rafael, como correu?

Rafael: A metade do fim foi facilíma pois os resultados eram todos iguais e tinha em cima a tabuada do 10 (Fig. 24).

Estagiária: Então e a outra metade?

Rafael: Já tive mais dificuldades e não consegui terminar. O 9×6 foi porque não pensei bem... $9 \times 5 = 45$ e aqui tinha que juntar mais 9. Devia ter pensado rapidamente $45 + 10 - 1$, $45 + 10 = 55$; $55 - 1 = 54$.

Estagiária: Como chegaste à tabuada do 11 e como pensaste para a sua resolução?

Rafael: Cheguei pela tabuada do 1 e depois foi só resolver que qualquer número multiplicado por 1 é sempre o mesmo número.

Estagiária: E o 11×11 ?

Rafael: Pensei na regra que ensinaste 11×11 põe-se o primeiro algarismo (1) e o último (1); a soma destes dois ($1 + 1 = 2$) dá o do meio (121).

Estagiária: Muito bem e a 3ª coluna ... não conseguiste chegar ao multiplicador?

Rafael: Fiquei atrapalhado e não consegui pensar...

Estagiária: Tenta pensar através do fator 11 pois conseguiste explicar bem anteriormente.

Rafael: Sou mesmo burro ... é o 12! Pois se pensasse com a tabuada do 11 já conseguia; se o resultado é 132 então teria de ser 12.

Tal como nas tarefas anteriores, o primeiro recurso que o Rafael utiliza são as regularidades numéricas e a partir destas preenche as células permitidas.

O produto que referiu 9×6 e não 6×9 , como seria correto, não finalizou mas oralmente soube explicar. No entanto, a sua explicação teve por base a propriedade comutativa da operação, a partir de um resultado já conhecido, e a partir deste adicionar +9, ou seja, o aluno sabe que adicionando uma unidade ao multiplicando ($9 \times 5 = 45$; $9 \times 6 = 54$), representa somar ao produto uma vez o multiplicador ($9 \times 5 = 45 + 9$). No entanto, agilizou o cálculo mental e decompôs o 9 em $10 - 1$.

Questionado sobre a tabuada do 11, o Rafael revelou a sua apropriação de uma forma de cálculo ensinada uns dias antes, em que, conservou os dígitos “externos” do número e à soma destes dois dígitos obteve o dígito “interno”, $11 \times 11 = 1 (1+1) 1 = 121$, indicando procedimentos de decomposição do multiplicando e a propriedade distributiva, $11 \times (10 + 1) = 110 + 11 = 121$.

Relativamente à coluna em que não efetuou nenhum cálculo devido à falta do multiplicando, o aluno identificou-o, claramente, após ser incentivado a seguir o raciocínio anterior pois o multiplicador era o 11. Através do produto 132 e do multiplicador 11 percebeu de imediato que a tabuada a utilizar seria a do 12.

Aula 3

Faltou

Aula 4

Tarefa de cálculo mental

Esta aula iniciou com uma tabela de cálculo mental, com estrutura 5x10, que incluiu as tabuadas do 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11, 12. O aluno obteve 300 pontos, errando somente uma única célula (Fig. 25).

x	4	7	9	8	6	5	12	5	11	11
11	44	77	99	88	66	33	32	55	121	121
12	48	84	108	96	72	36	144	60	132	132
3	12	21	27	24	18	9	36	15	33	33
5	20	35	45	40	30	15	60	25	55	55
9	36	63	81	72	54	27	108	45	99	99

Figura 25: Resolução do cálculo mental com 300 pontos

Rafael Reis

Senti dificuldades nas tabuadas do 11 e do 12.

Figura 26: Comentário do Rafael ao cálculo mental do dia 10-1-2012

Estagiária: Como foi hoje o teu raciocínio?

Rafael: Correu bem mas voltei a não conseguir terminar um quadradinho do 12x12 (Fig. 26).

Estagiária: Já conseguiste o 9x12 e o 11x12...

Rafael: O 9x12 pensei em $9 \times 10 = 90$ e $+9$ e $+9$ mas como era difícil fazer a conta desta maneira, fiz $90 + 10 + 10 = 110$ e depois tirei 2 e deu 108. O 11x12 foi fácil pois lembrei-me do último dia no *puzzle* e fiz pela regra.

Estagiária: Mas acertaste no 4x12; 9x12; 8x12 etc. parece-me uma vitória, certo?

Rafael: Sim, porque pensei sempre no $4 \times 10 = 40$, $9 \times 10 = 90$ e $8 \times 10 = 80$ e depois ao resultado juntei $4 + 4 = 8$, $9 + 9 = 18$ e $8 + 8 = 16$

Estagiária: E se em vez que adicionares $4 + 4$, $9 + 9$, por exemplo, pensasses 2×4 , 2×9 ...

Rafael: Pois se calhar é melhor...

O aluno completou a tabela com exceção da célula, 12x12. Dado que, conseguiu resolver outras situações em que o multiplicando era idêntico, questionei-o sobre a sua estratégia de raciocínio. Pude verificar que recorreu à decomposição e à adição sucessiva de parcelas, por exemplo, para o 4x12 utilizou um resultado conhecido $4 \times 10 = 40$ e a este adicionou o multiplicador 2 vezes, para o 4x11 fez $40 + 4 = 44$ e o 4x12 fez $44 + 4 = 48$. Sugeri que substituísse o número de adições pela multiplicação, ou seja 4×2 , significando que adicionava 2 vezes o quatro, recorrendo à propriedade distributiva, $4 \times 10 = 40$ e $4 \times 2 = 8$; $40 + 8 = 48$.

Neste reforço que pretendi incutir ao Rafael e ao analisar esta tarefa, detetei que, poderei tê-lo induzido em erro pois referi 2×4 e não o contrário como seria correto. Este erro decorreu do contexto de prática, em que estava preocupada com imensas variáveis, mas que deve servir para acautelar intervenções futuras.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Neste dia propus uma tabela 10x10 usando todas as tabuadas praticáveis no jogo, exceto a do 1 (Fig. 27). Os produtos resultantes da tabuada do 12 continuam a ser problemáticos para o Rafael.

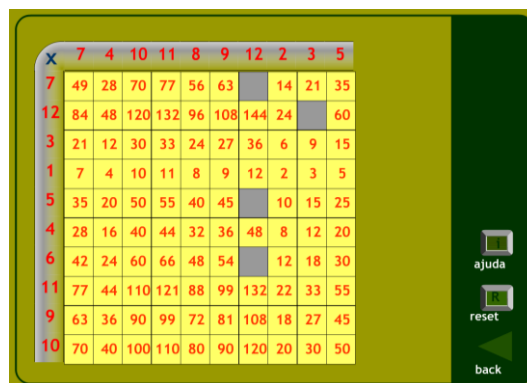
x	7	10	11	9	2	3	5		
7		28		77			21	35	
12				96	108	144	24	60	
3	21		33		27	36	6	9	15
1	7	4	10		8		2	3	
5		20			45		10	15	25
4	28	16	40		36	48		12	20
6	42	24	60		48	54			30
11	77	44	110		99	132		33	55
9			90	99	72			18	27
10	70		100	110		90	120	20	

ajuda

reset

back

Figura 27: *Puzzle* – Tabela 10x10



x	7	4	10	11	8	9	12	2	3	5
7	49	28	70	77	56	63		14	21	35
12	84	48	120	132	96	108	144	24		60
3	21	12	30	33	24	27	36	6	9	15
1	7	4	10	11	8	9	12	2	3	5
5	35	20	50	55	40	45		10	15	25
4	28	16	40	44	32	36	48	8	12	20
6	42	24	60	66	48	54		12	18	30
11	77	44	110	121	88	99	132	22	33	55
9	63	36	90	99	72	81	108	18	27	45
10	70	40	100	110	80	90	120	20	30	50

Figura 28: Resolução do Rafael

Estagiária: Então Rafael, a tabuada do 12 continua a causar-te problemas?

Rafael: Sim, é que ainda não consigo pensar rápido... e depois acaba o tempo (Fig. 28).

Estagiária: Pensa lá então... 7×12 ?

Rafael: Essa já tinha feito na 1ª coluna e depois aqui (7ª coluna) fiquei nervoso.

Estagiária: Será que é a mesma situação, 12×7 e 7×12 ?

Rafael: Pode-se fazer das duas maneiras que o resultado é o mesmo, 84, mas não são a mesma coisa.

Estagiária: Como assim?

Rafael: Então, 12 sacos com 7 laranjas não é o mesmo que 7 sacos com 12 laranjas. Até tem um nome próprio que agora não me lembro.

Estagiária: Propriedade comutativa, será? Então como deverias ter pensado?

Rafael: Sim, comutativa. Devia ter feito $7 \times 10 = 70$ e depois $7 \times 2 = 14$; depois somava os dois resultados $70 + 10 + 4 = 84$

O Rafael não conseguiu terminar no tempo previsto, três células em que o multiplicando era o 12 e uma outra em que era utilizado como multiplicador. Questionei-o sobre o produto de 7×12 e o Rafael observou de imediato que já o tinha resolvido na 1ª coluna e não foi hábil o suficiente para encontrar a solução comutando os fatores. Denota, no entanto, que sabe usufruir destas trocas de fatores permitidas pela multiplicação e que, momentaneamente, não se lembrava da designação correta. A explicação que produziu foi sobre a resolução de 7×12 , elucidativa de que decompôs o multiplicando e utilizou a propriedade distributiva.

Aula 5

Tarefa de cálculo mental

Neste dia, o cálculo mental atingia os 310 pontos e o Rafael alcançou 280 pontos (Fig. 29). Realizou e bem todos os cálculos com a tabuada do 12 que tem sido uma das suas dificuldades.

x	5	6	7	8	9	10	11	12
6	30	36	42	48	54	60	66	72
7	35	42	49	56	63	70	77	84
10	50	60	70	80	90	100	110	120
4	20	24	28	32	36	40	44	48
12	60	72	84	96	108	120	132	144

Figura 29: Resultado do cálculo mental com atribuição de 280 pontos

Rafael Dias 11/1/2012
Foi facil porque sei as tabuadas

Figura 30: Comentário do Rafael ao cálculo mental do dia 11-1-2012

Estagiária: Hoje fizeste bem todos os cálculos com o 12?

Rafael: Não foi difícil porque estavam lá todos os resultados (Fig. 30).

Estagiária: Então e o 7×8 ?

Rafael: Enganei-me. Pensei $7 \times 7 = 49$, que sei de cor, e depois contei mais 7 pelos dedos. Com a rapidez enganei-me e escrevi 54 em vez de 56.

Estagiária: Repara na 2ª coluna: tinhas o produto 63 e o multiplicador 7, isto é, "...7x (um número)=63". Se não tivesses mais dados nenhuns, como fazias?

Rafael: Pensava qual é o número que multiplicado por 7 dá 63 ou $63:7$ que dava o mesmo resultado, é o 9.

Um dos problemas recorrentes do Rafael, a tabuada do 12, foi atenuado nesta tarefa pois recorreu às regularidades existentes na tabela para os cálculos da mesma e provavelmente aprendeu com as experiências das aulas anteriores.

O aluno demonstrou compreender a operação inversa da multiplicação, a divisão, quando referiu que podia dividir o produto pelo multiplicador que obteria o multiplicando. Esta explicação requeria um aprofundamento desta operação mas a escassez de tempo para este projeto não o permitiu.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Com a proposta de dinamização do *puzzle* para um dos colegas, o Rafael ficou entusiasmadíssimo. A sua escolha recaiu sobre o João e pareceu-me que esta seleção foi devido ao facto de este aluno ser de nível muito bom o que valorizaria a sua intervenção.

O Rafael pode usar todas as tabuadas, excluindo a do 1 e do 10, e formar uma tabela 5x10 (Fig. 31).

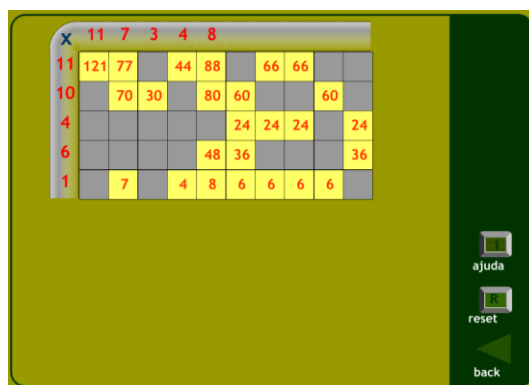


Figura 31: *Puzzle* selecionado pelo Rafael

O Rafael optou pelas tabuadas do 3, 4, 6, 7, 8, 11 e foi colocando questões.

Rafael: João, aqui na última coluna e na 4ª linha...temos o resultado 36 e o fator 6 qual será o que falta?

João: O 6 pois $6 \times 6 = 36$ mas podias ter dito que uma forma melhor, $36:6 =$ ou qual é o número que multiplicado por 6 dá 36.

Rafael: Concordo pois tenho que aperfeiçoar a forma de enunciar os problemas. $6 \times 6 = 36$ ou $36:6 = 6$ é a mesma coisa?

João: A propriedade inversa da multiplicação é a divisão. Podemos utilizar ambas as operações para a resolução, no entanto, não é a mesma coisa.

Rafael: Certo e já agora, porque é que qualquer número multiplicado por 1 dá sempre o próprio número (última linha)?

João: Porque o 1 é o elemento neutro da multiplicação.

Rafael: Excelente... 11×10 como pensarias?

João: Pensava $10 \times 11 = 110$ e fazia pela regra que já sabemos (explicação na aula 2).

Rafael: Então e $11 \times 10 = 110$, acrescenta-se ao multiplicando o número de zeros do multiplicador. Podemos dizer o produto de 11 por dez é 110.

Nesta intervenção como aluno-professor, o Rafael pretendeu reforçar que sabia utilizar a operação inversa. Refere que $6 \times 6 = 36$ ou $36 : 6 = 6$ e questiona o colega sobre este significado, isto é, percebe que quando uma operação desfaz outra realizada anteriormente, voltando ao estado inicial, uma é a inversa da outra.

O Rafael, através da questão colocada, revelou saber que na multiplicação de números naturais, existe o elemento neutro que é o 1, logo qualquer número natural multiplicado pelo elemento neutro (um), o resultado será o próprio número natural.

Na última intervenção, foi capaz de aperfeiçoar a linguagem matemática e explicar que para multiplicar um número por dez, é necessário acrescentar à direita desse número um zero.

O **Rafael**, aluno de nível médio, na tarefa “*The Table Trees*”, no 1º dia, pensou na adição sucessiva de parcelas ($4 \times 7 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$) e explicou o seu raciocínio de forma inversa, pois foi o multiplicador que adicionou. No entanto, como era demorada a contagem selecionou, como recurso, um resultado conhecido, $4 \times 5 = 20$, e a este somar +4 (que seria o 4×6) e +4 (4×7), tendo assim obtido o produto pretendido.

Constatei que o aluno entende o sentido da tabuada quando relata que adiciona +4 cada vez que necessita saltar de 4 em 4, isto é, percebe que na multiplicação, ao adicionar um número ao multiplicando ($4 \times 5 = 20$; $4 \times 6 = 24$), significa somar ao resultado uma vez o multiplicador.

O Rafael soube aplicar uma estratégia de cálculo mental, ensinada anteriormente, explicada por ele na aula 2, relativamente à tabuada do 11. No entanto não entendeu que a podia utilizar quando lhe é apresentado o produto e um dos fatores ($11 \times ? = 132$). “Sou mesmo burro...é o 12! Pois se pensasse com a tabuada do 11 já conseguia; se o resultado é 132 então teria de ser 12” (R.).

A propriedade comutativa da multiplicação é algo que o Rafael sabe utilizar quando explicou que invertendo os fatores o resultado se mantem (12×7 ou 7×12).

A propriedade distributiva também foi usada pelo aluno, embora de forma ainda hesitante quando soma os dois resultados e decompõe o 14 em $10+4$...“Devia ter feito $7 \times 10 = 70$ e depois $7 \times 2 = 14$; depois somava os dois resultados $70 + 10 + 4 = 84$ ”(R.).

Embora utilize, ainda, a adição sucessiva de parcelas, o Rafael entende que a operação inversa da multiplicação é a divisão quando questiona, na sua intervenção como aluno-professor, “concordo pois tenho que aperfeiçoar a forma de enunciar os problemas. $6 \times 6 = 36$ ou $36 : 6 = 6$ é a mesma coisa?” (R.).

Considero que o uso da tecnologia aumentou a atenção do Rafael fazendo com que se aprimorasse na explanação do seu raciocínio. Foi evidente o regozijo e interesse pelas tarefas propostas. Gradualmente, o aluno demonstrou desinibição na utilização do aplicativo através da compreensão do funcionamento do mesmo, pois as justificativas surgiam espontaneamente.

O caso Elsa

A Elsa tem 10 anos, demonstra alguma insegurança nas suas ideias e opiniões. Mostra algumas dificuldades em exprimir o seu raciocínio, também devido às longas interrupções no seu discurso que a levam a perder o “fio condutor” das suas reflexões. No entanto, é muito participativa e persistente quando se sente confiante numa aprendizagem que quer realizar.

Aula 1

Tarefa de cálculo mental

Exposto o cálculo mental, numa tabela 5×5 , só com a tabuada do 3, a aluna concluiu a tarefa sem questões (Fig. 32).

x	3	3	3	3	3
9	27	27	27	27	27
4	12	12	12	12	12
5	15	15	15	15	15
10	30	30	30	30	30
1	3	3	3	3	3

Handwritten notes: "120 pontos" at the top right, and checkmarks (✓) next to the 3 in the header row and the 30, 12, 27, 15, 3 in the last row.

Figura 32: Resolução do cálculo mental com 120 pontos

Estagiária: Elsa como correu este cálculo mental?

Elsa: Muito bem, nem deu trabalho a pensar pois todos os resultados vinham na tabela.

A aluna percebeu que a tabela incluía todos os resultados que necessitava para a sua resolução, ou seja, apoiou-se nas regularidades numéricas que permitiram obter o produto e o multiplicador em falta.

Tarefa “*The Table Trees*”

Através deste *applet*, mais simplificado, pretendi incutir confiança (ou não) nas respostas da aluna (Fig. 33). Através da resolução de sequências de operações relativas a diversas tabuadas pude verificar o grau de compreensão da Elsa sobre a operação em estudo.



Figura 33: Exemplo de uma operação

Estagiária: Porque iniciaste com a tabuada do 5 e como pensaste?

Elsa: Porque é mais fácil para mim...pensei que $5 \times 5 = 25$ e juntei $+5$ e $+5$

Estagiária: Esse $+5$ e $+5$ o que significam?

Elsa: 5×6 e 5×7 que era o resultado que precisava.

Devido à sua insegurança relativamente ao estudo das tabuadas, a Elsa iniciou a tarefa com a que se sentia mais confortável para efetuar cálculos.

Raciocinou esta operação, a partir de um resultado conhecido, 5×5 , e a partir do seu produto adicionou $+5$ e $+5$.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Semelhante à tarefa de cálculo mental realizada no primeiro dia, o *puzzle* escolhido só envolvia a tabuada do 3 (Fig. 34). A aluna concluiu o preenchimento da tabela sem dilemas pois a tabuada era do seu conhecimento (Fig. 35).

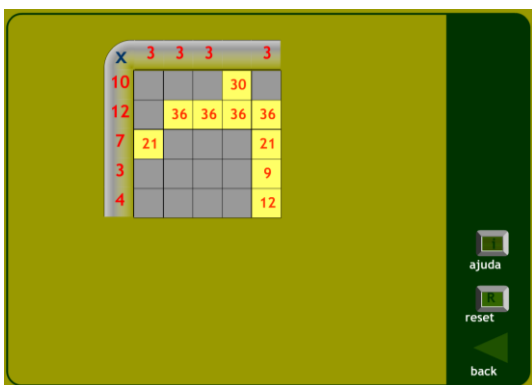


Figura 34: Puzzle – Tabela 5x5

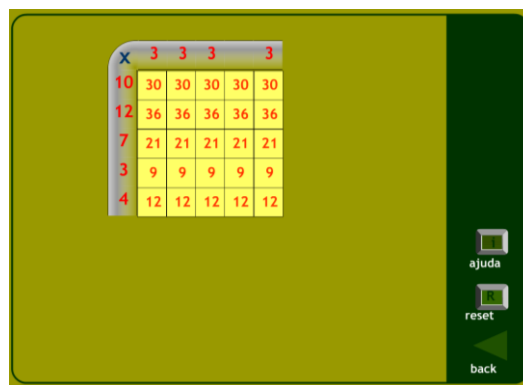


Figura 35: Resolução da Elsa

Estagiária: Penso que não tiveste dificuldades mas se não tivesses o resultado do 12x3 explícito, como pensarias?

Elsa: Pensava no $3 \times 10 = 30$, $+3$ ou $3 \times 11 = 33$ e $+3$ ou $3 \times 12 = 36$.

Estagiária: Eras capaz de encontrar outra forma?

Elsa: Não.

Tal como na tarefa anterior, a Elsa procurou preencher a tabela com as regularidades que esta apresentava. Quando a questioneei sobre a sua resolução de 12x3, a resposta evidencia que, maioritariamente, se apoia em resultados conhecidos e a esse produto adiciona o número de vezes necessárias da tabuada em causa, a fim de obter o resultado que necessita. No entanto, eu deveria ter referido que a explicação do raciocínio que efetuou foi errada pois a tabuada era a do 12 e a aluna comutou os dois fatores para que fosse mais fácil a explicação que compreendia.

À interpelação que fiz acerca de outra forma de cálculo, a aluna denotou falta de conhecimento de outras estratégias.

Aula 2

Tarefa de cálculo mental

Este segundo dia foi iniciado com uma nova tarefa de cálculo mental com estrutura de 5x10 e inseri as tabuadas do 2, 6, 7, 8 e 9. Atendendo ao acréscimo de complexidade, a duração foi de 5 minutos. A Elsa teve muitas dificuldades no preenchimento, obteve 50 pontos num máximo de 320 (Fig. 36).

X	1	3	7	10	12
1	1	3	7	10	12
3	3	9	21	30	36
7	7	21	49	70	84
10	10	30	70	100	120
12	12	36	84	120	144

Figura 36: Produto do cálculo mental com 50 pontos

Elsa Silva 4/1/2012
 Dificuldades: Tinha muitas dificuldades ao trabalhar
 me toda as memórias.
 facilidades: são mais facilidades no que fiz.
 Gostei foi mais fácil porque era uma
 tabela pequena.

Figura 37: Comentário da Elsa ao cálculo mental do dia 4-1-2012

Estagiária: Então Elsa o que aconteceu?

Elsa: Fiquei muito baralhada porque tinha muitas tabuadas (Fig. 37).

Estagiária: Mas não percebeste que tinhas de encontrar o multiplicando que faltava na barra horizontal?

Elsa: Percebi que faltava mas fiquei muito nervosa e não consegui pensar.

Estagiária: E no 8×7 como pensaste?

Elsa: Fiz $8 \times 5 = 40$, que sei bem a tabuada do 5. E depois contei pelos dedos $+8$ e $+8$

Estagiária: Sabes a tabuada do 5 mas aqui estás a trabalhar com a do 8... 8×5

Elsa: Eu sei é que 8×5 ou 5×8 é igual...

Estagiária: Igual como?

Elsa: Fazer duma forma ou doutra é o mesmo.

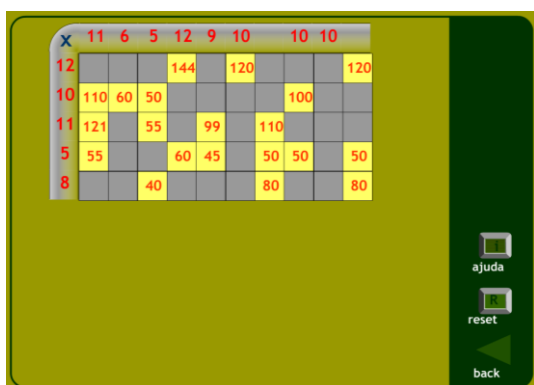
Dado que o nível de dificuldade aumentou nesta tarefa, a Elsa teve um desempenho muito fraco, relativamente ao dia anterior. Pressuponho que se deveu ao facto de envolver várias tabuadas e de as mesmas não estarem consolidadas.

Neste dia, e devido à minha inexperiência em querer ser rápida nas questões a colocar, poderei ter reforçado o raciocínio comutado entre os dois fatores que a aluna tem feito.

A sua primeira tentativa de resolução é sempre a partir dos resultados que conhece mas quando a questioneei sobre a troca dos fatores, a aluna indicou-me que sabia poder usufruir da propriedade comutativa. No entanto, fiquei na dúvida se sabia qual o significado e aplicação.

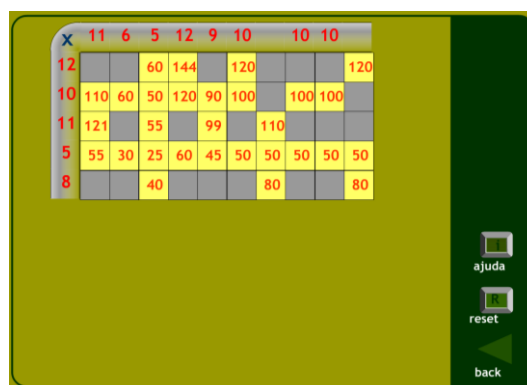
Tarefa do *puzzle* da multiplicação

O *puzzle* deste dia incluía as tabuadas 5, 6, 9, 10, 11 e 12 numa tabela de 5x10 (Fig. 38). De forma análoga com o cálculo mental deste dia, a Elsa teve bastantes dificuldades na sua interpretação (Fig. 39).



x	11	6	5	12	9	10	10	10
12				144		120		120
10	110	60	50				100	
11	121		55		99		110	
5	55			60	45		50	50
8			40				80	80

Figura 38: *Puzzle* – Tabela 5x10



x	11	6	5	12	9	10	10	10
12			60	144		120		120
10	110	60	50	120	90	100		100
11	121		55		99		110	
5	55	30	25	60	45	50	50	50
8			40				80	80

Figura 39: Resolução da Elsa

Estagiária: Então Elsa o que se passou?

Elsa: Ainda tive dificuldade...só consegui resolver a tabuada do 5 e do 10 pois essas sei bem. As outras fico confusa...

Estagiária: Mas aqui na linha do 10 não resolveste tudo, porquê se sabias?

Elsa: Fiquei sem perceber qual o outro fator...mas agora vi que foi burrice pois na linha do 5 o resultado era sempre igual, portanto aqui também seria.

Estagiária: Então e com as outras tabuadas (6, 9, 11 e 12)

Elsa: Eu até conseguia chegar a alguns resultados mas se tivesse mais tempo. Ainda conto muito pelos dedos.

À semelhança do cálculo mental, a Elsa teve muitas dificuldades, resolveu apenas as tabuadas do 5 e algumas do 10 pois a falta do multiplicando baralhou o seu raciocínio. Justificou os fracos resultados com a escassez de tempo e o facto de utilizar como recurso a adição sucessiva de parcelas.

Parece-me que, a aluna sentiu dificuldades nas tabuadas, por não serem aquelas que tem decoradas e por a tabela envolver outras que ainda não domina.

Aula 3

Faltou

Aula 4

Tarefa de cálculo mental

Neste quarto dia, o nível de complexidade aumentou. A estrutura de 5x10 foi mantida, foi acrescido o número de tabuadas de 5 para 9 e estipulei 7 minutos para a sua realização. Esta tarefa incluiu as tabuadas do 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 11 e 12 e revelou-se mais compreensível para a Elsa que obteve 250 pontos (Fig. 40) num total de 320.

x	4	7	9	8	6	3	12	5	11	11
11	44	77	99	88	66	33	132	55	121	121
12	48	84	81	96	72	36	144	60	132	132
3	12	21	27	24	21	9	36	15	33	33
5	20	35	45	40	30	15	60	25	55	55
9	36	63	81	72	54	27	108	45	99	99

Figura 40: Resultado do cálculo mental com 250 pontos

facilidades: Hoje foi fácil quanto mais difícil melhor.

dificuldades: Hoje não tive dificuldades

Elsa Silva

10/1/2012

Correção 10/1/2012

Figura 41: Comentário da Elsa ao cálculo mental do dia 10-1-2012

Estagiária: Elsa, hoje estou muito feliz com o teu desempenho!

Elsa: É que eu fui para casa estudar as tabuadas pois no último dia estava muito mal (Fig. 41).

Estagiária: Conseguiu acertar o 12x12 e erraste o 11x11, como pensaste nas duas situações?

Elsa: 12x12 pensei em 12x10=120 e depois fiz +12 e +12 (que é a tabuada que estou a trabalhar) que são 24. Somei de cabeça 120+24=144.

No resultado de 11x11 devia ter pensado da mesma forma mas baralhei-me...

Estagiária: Então como seria?

Elsa: 11x10= 110 e depois +11que dá 121.

Fiquei agradavelmente surpreendida com o desempenho da Elsa nesta tarefa de cálculo mental que, afirmou, dever-se ao estudo das tabuadas. Conseguiu identificar

os multiplicandos em falta, apoiou-se nas regularidades da tabela para as duas últimas colunas mas errou o 11x11 que não apresentava nenhum produto. Respondendo ao desafio de resolução desta operação, foi capaz de decompor o multiplicando e adicionar mentalmente os resultados.

Para a operação 12x12, usou procedimentos de decomposição e a propriedade distributiva de forma adequada.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

A proposta que fiz para este dia foi a de uma tabela 10x10 que incluísse todas as tabuadas do jogo, exceto a do 1 (Fig. 42). A aluna continuou a surpreender-me positivamente com a sua evolução.



Figura 42: *Puzzle* – Tabela 10x10

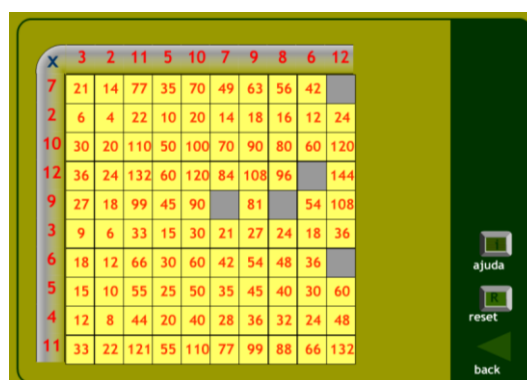


Figura 43: Resolução da Elsa

Estagiária: Parabéns Elsa, tens feito um esforço para melhorar e conseguiste!

Elsa: Sim, tenho estudado muito porque queria fazer boa figura e resolver o jogo (Fig. 43).

Estagiária: Só faltaram 5 quadradinhos...queres tentar explicar como poderias ter pensado?

Elsa: O $7 \times 9 = 63$ até porque já tinha feito na 1ª linha no 7º quadradinho. O 8×9 devia ter pensado $8 \times 10 = 80$ e depois tirava 8 (pensou um pouco), ficava $80 - 8 = 72$.

O 6×12 devia ter feito $6 \times 10 = 60$ e depois $+6$ e $+6 = 12$. Ora $60 + 12 = 72$. Este resultado já dava para a outra coluna que tinha 12×6 que é a mesma coisa.

Estagiária: É a mesma coisa, 6×12 e 12×6 ? Parece-me que ainda não entendeste bem que o resultado é o mesmo mas não é a mesma coisa.

Elsa: Como?

Estagiária: Por exemplo (desenhei no quadro): aqui eu tenho 6 caixas com 12 bombons cada, isto é 6×12 . Neste lado tenho 12 caixas com 6 bombons cada, isto é 12×6 . Apesar de o número total de bombons ser igual nas duas situações, parece-te que representam a mesma coisa? Repara ainda: se eu quiser oferecer uma caixa

destes bombons a alguns amigos, a quantos amigos eu dou este presente (1ª situação) e aqui (2ª situação)?

Elsa: No 1º caso dás a 6 amigos e no 2º dás a 12. Ah, agora já percebo bem que não é a mesma coisa...

Estagiária: Significa usar uma propriedade em que se pode comutar ou trocar os fatores...

Elsa: Propriedade comutativa... claro.

Na resolução do *puzzle*, a aluna voltou a demonstrar evidentes progressos no seu raciocínio. Apesar de não ter completado cinco células da tabela, soube justificar os produtos das mesmas. Assim, na explicação do 8×9 pensou $8 \times 10 = 80$; 8×9 é $80 - 8$, que decompôs mentalmente e utilizou a propriedade distributiva pois para calcular o produto de 8×9 recorre primeiro ao 8×10 .

No cálculo 6×12 , está patente a decomposição do multiplicando em $6 \times 10 = 60$ e depois em $6 + 6$ (2×6), somando os dois resultados, $60 + 12 = 72$ obteve o produto pretendido. Novamente, a propriedade distributiva esteve presente no seu cálculo.

Relativamente à dúvida que me surgiu na aula 2, sobre a aplicação da propriedade comutativa, pude atestar que a Elsa sabia que podia inverter os fatores que obtinha o mesmo resultado mas não entendia o real significado desta propriedade. No entanto, após a minha explicação através de desenhos, a aluna não só entendeu como relembrou a denominação adequada da propriedade utilizada.

Aula 5

Tarefa de cálculo mental

Neste último dia de projeto, esta tarefa teve 7 tabuadas incluídas (4, 5, 6, 7, 8, 9 e 12) numa tabela 5×10 . A aluna obteve 250 (Fig. 44) num máximo de 310 pontos.

x	5	9	6	4	8	12	12	12	12	12
6	30	54	36	24	48	72	72	72	72	72
7	35	63	42	28	56	84	84	84	84	84
10	50	90	60	40	80	120	120	120	120	120
4	20	36	24	16	32	48	48	48	48	48
12	60	108	72	48	96	144	144	144	144	144

250 pontos

Figura 44: Resolução do cálculo mental com 250 pontos

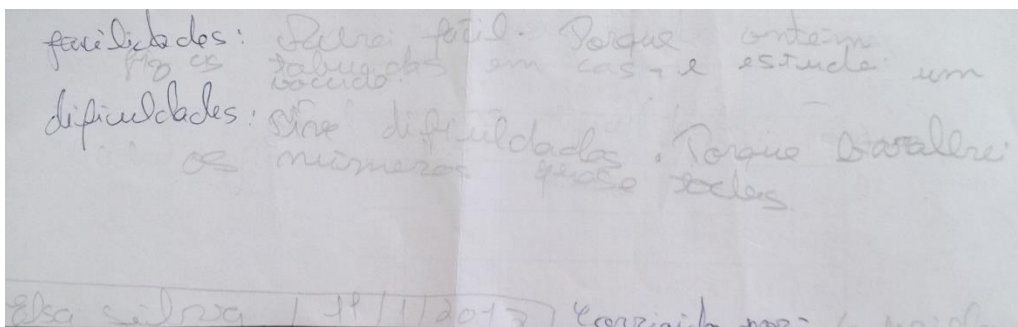


Figura 45: Comentário da Elsa ao cálculo mental do dia 11-1-2012

Estagiária: Vejo aqui que erraste os produtos nas tabuadas no 8 e 9, o que aconteceu?

Elsa: Baralhei-me muito...estas tabuadas são as que mais me confundem! Errei o 9×6 e podia ter feito $9 \times 5 = 45$ e depois $+10-1$, ou seja $45+10=55$ e $55-1=54$.

Na 1ª linha, onde devia ter posto o 8 e pus o 7...

Estagiária: É o multiplicando.

Elsa: Pois, o multiplicando...foi tolice minha pois não dei muita atenção aos resultados apresentados.

A Elsa verificou a existência de regularidades numéricas na tabuada do 12 e apoiou-se nelas para as resoluções que faltavam.

Apesar de ter errado o 9×6 , soube calcular o seu produto posteriormente. No raciocínio efetuado, partiu de um resultado conhecido, $9 \times 5 = 45$ e a partir deste produto, a aluna sabia ter de adicionar uma vez o multiplicador que decompôs em $10-1$ para agilizar o cálculo, usufruindo também da propriedade distributiva.

A utilização das denominações matemáticas ainda não são um recurso utilizado pela aluna mas reconhece-os quando são aplicados.

Tarefa do *puzzle* da multiplicação

Neste dia, indiquei à Elsa que escolhesse um colega pois seria ela a dinamizar o *puzzle* (João ou Rafael). Como imaginava, a aluna escolheu o João, devido ao seu à vontade com a operação da multiplicação, que facilitaria a sua intervenção.

Foi-lhe permitido usar a quantidade mínima de 5 tabuadas, numa tabela de 5×10 , e podia selecionar todas as tabuadas em jogo, exceto a do 1 e 10.

A aluna estava apreensiva mas foi referindo que tem vindo a melhorar a sua prestação neste projeto, aumentando assim a sua autoestima. A Elsa deu início ao jogo através da seleção das tabuadas do 2, 3, 4, 5 e 11 (Fig. 46).

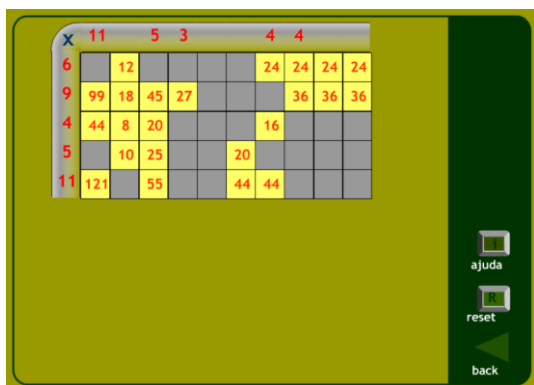


Figura 46: *Puzzle* selecionado pela Elsa

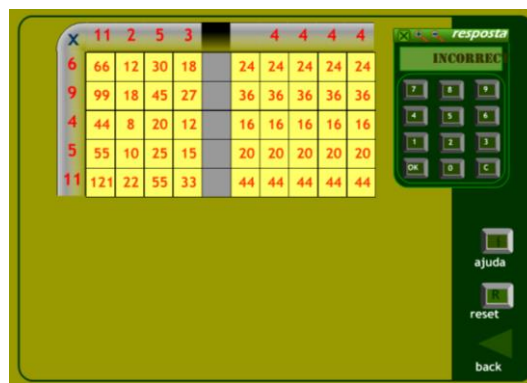


Figura 47: *Puzzle* com a tentativa de erro provocado pelo João

Elsa: João, podes dizer-me como resolvias este *puzzle*?

João: Da 6ª coluna até à 10ª os resultados nas colunas são todos iguais, sendo o multiplicando o 4. Fácilimo pois está lá tudo!

Elsa: Então qual a tabuada que falta na 2ª coluna?

João: Olha! A do 2 porque $2 \times 6 = 12$, $2 \times 9 = 18$, $2 \times 4 = 8$ etc. Também escolheste um *puzzle* com tabuadas super fáceis. Ah! e o multiplicando da 5ª coluna é o 8.

Elsa: (A Elsa franziu a testa, olhou atentamente e pensou algum tempo) O 8 como? Se nem escolhi essa tabuada ... mas vamos pôr! (colocou o multiplicador e o jogo indicou incorreto) (Fig. 47).

João: (Sorrindo) É claro que não dá...como selecionaste as tabuadas que querias, o jogo não permite outras.

Elsa: (Um pouco nervosa com esta rasteira) Pois ... é claro.

A Elsa selecionou o colega que melhor dominava a operação da multiplicação, convencida de que teria a tarefa mais facilitada. Contrariamente, o João baralhou-a quando pretendeu verificar se estava atenta às escolhas das tabuadas que efetuara. A aluna notou que não tinha escolhido a tabuada do 8 mas não foi persuasiva o suficiente, demonstrando-se pouco segura e manifestando, ainda, alguma fragilidade acerca da operação da multiplicação.

A **Elsa**, aluna de nível baixo, raciocina muito a partir de resultados já conhecidos, como por exemplo as tabuadas do 5 e 10. Na 1ª aula referiu que pensou no 5×7 da seguinte forma: $5 \times 5 = 25$ e $+5 + 5$, isto é a adição sucessiva do multiplicando. Parece-me que através desta resposta a Elsa já detém o sentido da tabuada quando explica que deve dar saltos de 5 em 5, indicando a compreensão de que numa operação de multiplicação, ao acrescentar uma unidade ao multiplicando, significa somar ao produto uma vez o multiplicador.

Na aula 2, a fim de perceber se a Elsa sabia que tinha usufruído da propriedade comutativa da multiplicação perguntei se 8×5 e 5×8 seriam iguais (tarefa de cálculo mental). A resposta “fazer duma forma ou doutra é o mesmo” (E.) suscitou-me dúvidas se ela estava a referir-se ao resultado ou se ainda não percebe claramente a evidência da comutação.

Neste dia, a aluna conseguiu justificar alguns dos seus resultados mas foram visíveis as suas dificuldades nas tabuadas.

No cálculo mental da aula 4, a aluna, surpreendentemente, foi capaz de proceder à decomposição dos números e a partir daí apresentar o produto correto – “ 12×12 pensei em $12 \times 10 = 120$ e depois fiz $+12$ e $+12$ (que é a tabuada que estou a trabalhar) que são 24. Somei de cabeça $120 + 24 = 144$ ” (E.). A franca evolução no raciocínio multiplicativo deveu-se ao estudo como a própria afirmou: “tenho estudado muito porque queria fazer boa figura e resolver o jogo” (E.). Ainda nesta aula e após a minha explicação, através de desenhos, a Elsa conseguiu apreender o significado real da propriedade comutativa.

Na sua intervenção como aluna-professora, a Elsa demonstrou grande nervosismo. Pretendeu com a escolha do João obter um bom desempenho, mas o colega não lhe facilitou a vida quando a confundiu com a escolha do multiplicando.

O uso da tecnologia, no caso da Elsa, fez com que a sua atenção e preocupação em estudar as tabuadas aumentasse consideravelmente pois não queria fazer má figura perante os colegas. Foi notória a evolução que fez, durante os dias de implementação do projeto, em relação ao interesse pela multiplicação. Apesar das suas dificuldades empenhou-se em explicar as estratégias utilizadas embora ainda se apoiasse em processos básicos como a adição sucessiva de parcelas e resultados conhecidos. No entanto, este progresso pareceu-me aliado ao estudo que surtiu uma crescente segurança, respeitante às suas competências, o que lhe permitiu uma maior participação nas atividades.

Análise das entrevistas

A fim de analisar a opinião dos alunos quanto à utilização das novas tecnologias para ultrapassar as dificuldades sentidas na multiplicação, efetuei duas entrevistas em grupo no final das aulas. Uma no segundo dia do projeto (4 Janeiro) e outra no final (11 de Janeiro), com o intuito de compreender a forma como estes alunos interpretaram a sua vivência através dos aplicativos propostos.

Considerando que, a entrevista “é utilizada para recolher dados descritivos na linguagem do próprio sujeito, permitindo ao investigador desenvolver intuitivamente

uma ideia sobre a maneira como os sujeitos interpretam aspectos do mundo” (Bogdan & Bliken, 1994, p. 134), pretendi, através das respostas dadas, observar a concepção dos alunos sobre a utilização do computador como meio facilitador ou não da aprendizagem em causa. Sendo que, as questões colocadas pretenderam expor se existiu interesse nas atividades propostas e se as mesmas produziram evoluções nas suas aprendizagens.

Apresento, em seguida, as questões colocadas e o registo transcrito das respostas de cada aluno, em cada uma das duas entrevistas.

1ª Entrevista:

- As atividades propostas foram do vosso agrado?

João – Sim, gosto muito destes desafios que me fazem pensar.

Elsa – Gosto muito mas tenho medo, de não conseguir, pois não sei bem as tabuadas e fico nervosa.

Rafael – Gosto muito disto e estou entusiasmado com o projeto.

Os alunos demonstraram contentamento pela envolvimento neste projeto e só a Elsa revelou receio nas próximas tarefas, demonstrando possuir a consciência das deficientes competências na operação da multiplicação.

- Nestes dois dias de tarefas, tiveram dificuldades nas resoluções? E se tiveram quais?

João – Eu no primeiro dia faltei à escola porque estive doente mas os meus colegas, hoje de manhã, contaram-me o que fizeram. Fiquei entusiasmado e quando fomos fazer as tarefas achei-as fáceis porque sei as tabuadas. Não tive dificuldades mas temos de ter atenção quando o *puzzle* tem só um fator e mais nada.

Elsa – Ontem fiquei muito satisfeita pois consegui fazer tudo, também só tinha a tabuada do 3. Hoje foi uma desgraça porque tive muitas dificuldades, as tabuadas eram mais difíceis e fiquei muito baralhada com a falta de um fator.

Rafael – Tive algumas dificuldades hoje pois errei os quadradinhos em que faltava um fator e o resultado.

O João foi o único que não demonstrou dificuldades, sendo que a Elsa teve muitas e o Rafael algumas. No entanto, foram unânimes quando indicaram que o tipo de dificuldade foi a falta de um fator na tabela. Esta dificuldade requer mais perspicácia, rapidez de cálculo e atribuição de um sentido às tabuadas e não a automatização das mesmas, nomeadamente percebendo a relação com a operação inversa.

- *Preferes realizar a tarefa no papel ou no computador?*

João – Gosto das duas mas no computador é mais fixe.

Elsa – Gosto mais no computador pois é diferente do habitual.

Rafael – No computador é muito mais interessante pois gosto de jogar.

Os alunos nem hesitaram na preferência pelo computador, apenas o João referiu gostar do cálculo mental em papel. Penso que, a opção pelo computador está associada ao contexto motivador e desafiante oferecido pelo *puzzle* e ao facto de terem como rotina diária uma tarefa de cálculo mental em papel.

2ª Entrevista:

- *Quais as vantagens da realização da tarefa no computador?*

João – As vantagens... o facto de sermos nós a escolher as tabuadas e de o computador “dizer” se a resposta está certa ou errada.

Elsa – Acho o mesmo que o João e também por podermos pedir ajuda ao computador e ele mostrar a tabuada que estamos a trabalhar.

Rafael – Concordo com eles mas para mim não recorro à ajuda e vou tentando sempre fazer.

Todos concordaram que o *puzzle* da multiplicação permite receber *feedback* imediato das suas resoluções. Significando que, as especificidades do jogo revelam-se mais atrativas do que o papel pelo carácter dinâmico que permite a escolha das tabuadas consoante o grau de competência dos alunos.

- *Consideras que realizar a tarefa no papel, antes do computador, te ajuda?*

João – Para mim tanto faz mas, se calhar, como fazemos no papel já há algum tempo, pode ter ajudado a perceber e a ser rápido no jogo.

Elsa – Acho que fazer o cálculo mental antes nos ajuda a “treinar” a cabeça. Assim, o raciocínio já vai mais “treinado”.

Rafael – Eu acho que sim porque ganho alguma rapidez e depois fico ansioso para ir ao computador.

Apesar de, na 1ª entrevista, os alunos responderem que tinham preferência pela tarefa realizada no computador em detrimento do papel, as respostas, deste dia, indiciam que os ajuda a possibilidade de pensarem individualmente, a sós e em silêncio. O facto de a complexidade ir crescendo, diariamente, permitia antever a preparação que tinham que fazer para a tarefa no computador.

-Terminado este projeto, as dificuldades iniciais diminuíram?

João – Acho que não tinha muitas dificuldades mas fiquei mais rápido pois em casa fui fazer o *puzzle* com o cronómetro, que também está lá, e consegui sempre acabar no tempo.

Elsa – Eu sinto que melhorei bastante pois fui estudar as tabuadas para conseguir responder certo. Parece que deu algum resultado...mas ainda me falta mais trabalho.

Rafael – As minhas dificuldades diminuíram mas tenho de continuar a estudar e a treinar.

Os alunos referem a diminuição das suas dificuldades, mas o Rafael e a Elsa admitem que o progresso ainda é parcial. Atendendo que, o grau de complexidade das tarefas veio a aumentar poderá ter originado a dificuldade de reflexão e o pensamento sobre o erro.

Análise cruzada dos três casos

Efetuando um cruzamento dos casos, parece-me que o progresso de cada um se tenha dado em função da dimensão dos seus constrangimentos. O ânimo e a segurança foram um crescendo, nos três alunos, traduzindo-se numa evolução acentuada na aprendizagem e no aperfeiçoamento do conceito da multiplicação.

Esta evidência foi visível, entre outras, na forma como o **Rafael** compreende a operação multiplicação pois expôs que “ao adicionar uma unidade ao multiplicando ($4 \times 5 = 20$; $4 \times 6 = 24$), significa somar ao resultado uma vez o multiplicador ($4 \times 5 = 20 + 4$)”. A **Elsa** explicou a propriedade comutativa da multiplicação pois inicialmente referia que “fazer de uma forma ou de outra é o mesmo” (8×5 e 5×8), demonstrando pouca percutibilidade na explicação, e posteriormente foi capaz de esclarecer que para distribuir bombons – 6×12 e 12×6 faria: “no 1º caso das a 6 amigos e no 2º das a 12. Ah, agora já percebo bem que não é a mesma coisa”. O **João**, claramente, comprovou os conceitos que já tinha adquirido, não apresentando dificuldade nas resoluções e nas explicações que produziu. Esclareceu que “tive de pensar qual o número que multiplicado por 7 dá 63. Disse a tabuada do 7 (deveria referir tabuada do 9) e vi que $7 \times 9 = 63$, então só podia ser o 9 (...) podemos trocar a ordem dos números na multiplicação que o resultado é igual mas não significam o mesmo”.

Referindo os procedimentos que os alunos utilizaram, a **Elsa** foi apresentando uma gradual evolução na sua visão de cálculo quando entendeu a propriedade comutativa, sempre que foi capaz de decompor os números até obter o produto final e destacou o facto de saber que ia ser dada atenção ao jogo (*applet*), que teria de preencher e

posteriormente explicar o como, teve uma profunda influência na motivação e forma cuidada com que se preparou. Estudar as tabuadas foi a chave fundamental para a exposição dos seus processos de pensamento, embora com uma evolução ténue na compreensão das propriedades inerentes. Esta intenção parece revelar que o entusiasmo, traduzido através do estudo, aliado ao uso da tecnologia, despertou na aluna e na sua motivação, um acréscimo na sua autoestima quando sentiu alguma progressão das suas competências.

No **Rafael**, a evolução não foi tão manifesta como a da colega pois as suas dificuldades eram menores. Como o próprio refere, a falta de estudo é o seu principal obstáculo. No entanto, o uso da tecnologia fez com que se acentuasse a sua participação e consequentemente a forma como demonstra o seu raciocínio. Pareceu-me que o dinamismo e o retorno do *software* incentivaram, ainda mais, a sua comunicação. O Rafael já detinha uma suficiente compreensão da operação da multiplicação e das suas propriedades, todavia, o estímulo da tecnologia ampliou a sua motivação e apoiou a sua aprendizagem, nomeadamente quando entende que a operação inversa da multiplicação é a divisão, referindo na sua intervenção como aluno-professor, “concordo pois tenho que aperfeiçoar a forma de enunciar os problemas. $6 \times 6 = 36$ ou $36 : 6 = 6$ é a mesma coisa”.

O **João**, aluno de nível alto, manteve a expectativa relativamente ao seu raciocínio multiplicativo já acentuado. Usa muito bem a decomposição dos números e tem um bom sentido de número. O uso dos aplicativos permitiu que a sua timidez fosse atenuada nas explicações que produziu e quando teve o papel de aluno-professor ao indagar a colega sobre diferentes estratégias de cálculo. Desempenhou esta função de forma muito autónoma, sendo perceptível o avanço da sua capacidade de análise. Este aluno possui uma boa destreza de cálculo, no sentido em que demonstra maleabilidade dos métodos de cálculo que escolhe, entende e sabe desenvolver todos os procedimentos apresentando respostas exatas de uma forma eficaz.

Findo o ciclo de sessões, exemplificando e evidenciando, os alunos demonstraram ter evoluído nas suas competências relativamente à operação da multiplicação. No João, não foram tão expressivas pois é um aluno que manteve a sua visão de cálculo. No entanto, o Rafael e, principalmente, a Elsa foram capazes de expor processos de pensamento que utilizaram na resolução das tarefas. A participação aumentou substancialmente devido à segurança que foram adquirindo nas suas competências.

No que se refere ao uso da tecnologia, serviu de incentivo e de auxílio, daí ter sido primordial pelo desenvolvimento do interesse e um elemento impulsionador de

interações e da comunicação na sala de aula. Através desta, os alunos tiveram possibilidade de descobrir a multiplicação explorando uma ferramenta dinâmica e interativa.

A proposta efetuada, na última sessão, de dinamização do *puzzle* por cada aluno teve como intuito a valorização e acréscimo de autoestima no papel de “professor”. Utilizei esta estratégia com o intuito de compreender se tinham adquirido ou consolidado os conhecimentos básicos da operação em estudo, através da forma como reagiam e se entendiam entre si. Na ótica do aluno, permitiu a comunicação numa linguagem mais próxima e o desafio da responsabilidade. O João foi capaz de apresentar a tarefa aos colegas e questioná-los sobre as resoluções de forma convicta, evidenciando um raciocínio linear e adequado. O Rafael demonstrou algum nervosismo quando teve de dar retorno das respostas e procedimentos do colega pois ainda não consolidou alguma da linguagem matemática a aplicar. A Elsa demonstrou fragilidades próprias de quem, apesar da evolução, ainda não é capaz de responder às perguntas desafiantes que lhe foram colocadas pelo João.

Evidenciou-se que o aplicativo fez com que existisse uma “concorrência” entre os alunos pois foram tentando ser mais rápidos e revelando uma crescente eficácia nas estratégias de cálculo. Considero que, o uso da tecnologia potenciou o estímulo à comunicação, no entanto o raciocínio evidenciado nas suas explicações nem sempre correspondeu aos resultados mostrados. Esta divergência exige assim, uma maior atenção e integração dos diferentes processos de comunicação (oral e escrita) por parte do professor.

CONSIDERAÇÕES GLOBAIS

Este projeto de investigação procurou abordar a problemática sobre a aprendizagem da multiplicação através do uso das Tecnologias de Informação e Comunicação. Com base na minha observação e confirmada pelo professor titular da turma, pude verificar a existência de dificuldades, apresentadas pelos alunos, e sobre as quais decidi propor tarefas para a superação das mesmas, particularmente a utilização de estratégias que incluíam as TIC.

Não posso, nem devo, generalizar sobre o que analisei pois um estudo desta natureza, e seguindo uma modalidade de estudo de caso coletivo, apenas pode fornecer uma melhor compreensão sobre os processos de aprendizagem e alguns fatores que para isso podem contribuir.

Realço que, este estudo de caso coletivo adota uma perspetiva descritiva, centrando os seus objetivos no entendimento da forma como os alunos explicam e dão sentido às suas aprendizagens, valorizando privilegiadamente os processos de trabalho. Adota, também, uma perspetiva analítica pois será interpretado reflexivamente entre mim, a teoria existente e os dados recolhidos.

Questões orientadoras

Tendo em conta que o objetivo do estudo é perceber o contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação, procuro responder às três questões que orientam a investigação:

- De que modo os alunos resolvem os problemas da multiplicação e que dificuldades evidenciam?
- Qual a contribuição do uso das tecnologias dinâmicas e interativas na superação das dificuldades dos alunos, relativamente à multiplicação?
- Qual o papel destas tecnologias num maior envolvimento e responsabilidade dos alunos pela sua aprendizagem?

De que modo os alunos resolvem os problemas da multiplicação e que dificuldades evidenciam?

Subsiste um conjunto de fases que os alunos têm indispensavelmente de atravessar, não sendo eficaz a eliminação de alguma delas a fim de obter um entendimento desta operação de forma célere. A primeira abordagem, passa pela adição sucessiva de parcelas iguais e é nesta fase que as crianças começam a desenvolver o conceito de

multiplicação. Neste estudo, a utilização desta etapa de aprendizagem foi evidente no Rafael, vindo a esbater-se no decurso das tarefas, e na Elsa que ainda a utiliza de forma recorrente. No entanto, as características dos *applets* utilizados parecem ter contribuído para que acontecessem mudanças nos procedimentos multiplicativos que utilizavam. Por exemplo, estes alunos que empregavam maioritariamente procedimentos do tipo aditivo, evidenciaram avanços especialmente na aquisição e apropriação do significado e sentido desta operação matemática.

O conhecimento da operação vai-se aprofundando quando os alunos já utilizam de forma flexível as propriedades da multiplicação para atuar, evocando simultaneamente produtos conhecidos, por exemplo das tabuadas. Esta fase foi também evidente nos dois alunos acima referidos. Na entrevista, explicaram que sentiram dificuldade quando faltava um fator nas tabelas, levando-me a depreender que as tabuadas eram mais automatizadas do que a atribuição do sentido das mesmas.

Apenas se pode pensar que o aluno já domina a multiplicação quando é capaz de a relacionar com a divisão, identificando que uma é inversa da outra; quando entende e usa de forma inteligente factos, relações e propriedades na solução de problemas de multiplicação; e quando apreende os diversos sentidos desta operação. Pude comprovar que o João, na altura deste estudo, era o único que intuitivamente já tinha ultrapassado as fases anteriores e relacionava com facilidade a multiplicação com a divisão.

Qual a contribuição do uso das tecnologias dinâmicas e interativas na superação das dificuldades dos alunos, relativamente à multiplicação?

O aparecimento de ferramentas informáticas com novas potencialidades e o desenvolvimento de *software* de maior qualidade para o ensino da Matemática tem possibilitado novas abordagens dos conteúdos curriculares. A utilização de jogos no ensino é especialmente favorecida pelo computador pois permite incidir sobre um conteúdo específico, como o utilizado neste estudo, para reforço da aprendizagem da multiplicação.

Os alunos intervenientes destacaram, na entrevista, o computador como aliado, pela importância que assumiu para o processo de ensino-aprendizagem na operação da multiplicação. Parece-me conveniente lembrar que as TIC encerram amplas oportunidades para a mudança educativa e para despertar o interesse dos alunos nos conteúdos que se pretendem abordar, ainda que dependa da orientação didática apropriada por quem planeia e desenvolve esse processo.

Da análise dos dados deste projeto pude verificar que houve alguma evolução do raciocínio multiplicativo evidenciado pelos alunos, embora esta progressão fosse em função das dificuldades que cada um apresentava. O uso das TIC revelou que o João manteve o interesse pelas tarefas propostas relativamente à sua postura usual, mas contribuiu para perder alguma da sua timidez que se observou nas explicações sobre os cálculos que efetuava. O Rafael revelou um aumento da atenção e consequente aprumo nas explicações do seu raciocínio. Gradualmente, foi capaz de ampliar as justificações produzidas à medida que a compreensão sobre a operação estudada surgia. A Elsa evoluiu no raciocínio multiplicativo pois o uso dos aplicativos fez com que manifestasse atenção e preocupação no aumento do estudo das tabuadas. Este comportamento deve-se ao facto de querer demonstrar “ser capaz” perante os pares, traduzindo-se numa crescente segurança relativa às suas competências.

Depreendo que, a utilização das tecnologias permitiu aos alunos aprenderem, de uma forma mais lúdica, progressivamente algumas das relações numéricas implícitas na multiplicação e passaram a utilizar o raciocínio e o cálculo numérico, usando os produtos já conhecidos das tabuadas. Estes resultados, parecem indicar que a estratégia utilizada influenciou na diminuição das dificuldades iniciais.

Considero que o reforço introduzido pelo *applet*, *puzzle* da multiplicação, conteve uma integração relativamente fácil e permitiu melhorar o processo de ensino-aprendizagem dos alunos. Estes referiram na entrevista que a dinamicidade proporcionada pelo *applet* permitia que as tabuadas selecionadas fossem ao encontro do grau de competência de cada um. Os alunos, como atores fundamentais deste processo, permaneceram sempre motivados e disponíveis, tendo sido manifesto o seu entusiasmo crescente à medida que o estudo foi decorrendo.

A posição face à dicotomia computador versus papel e lápis, parece indiciar alguma aparente contradição: por um lado todos preferem o computador, mas depois parece que se sentem mais seguros começando pelo papel. A realização de tarefas de cálculo mental fazia parte da rotina diária da turma e, talvez, por uma questão de hábito, de cultura de sala de aula que premiava os mais bem-sucedidos na tarefa (numa tabela de mérito), os alunos sentiam-se confortáveis quando pensavam individualmente, a sós e em silêncio. Por isso, esta poderá ser uma das situações da tarefa que cativava os alunos em detrimento do jogo do computador, especialmente os mais competitivos.

Qual o papel destas tecnologias para um maior envolvimento e responsabilidade dos alunos pela sua aprendizagem?

A atração exercida pelas novas tecnologias permitiu que os alunos envolvidos nas tarefas melhorassem e desenvolvessem uma maior predisposição para a aprendizagem. Saliento o caso da Elsa, uma aluna com muitas dificuldades e evidente desinteresse, que entendeu a necessidade de estudar as tabuadas em casa para conseguir um desempenho adequado quando realizasse as tarefas no computador. Notei que a tecnologia despertou o seu interesse e desejo de integrar os conteúdos abordados.

O uso do computador revelou ter um papel importante, pois ajudou a desenvolver uma nova dinâmica na sala de aula, propício ao aumento da comunicação matemática, quer oral e escrita, e à criação de um ambiente de trabalho estimulante. Esta situação pode ser comprovada pelo entusiasmo dos alunos quando passaram a questionar “hoje vamos trabalhar, no projeto, no computador?”, quando fizeram a intervenção como “aluno-professor” e interrogaram o colega acerca dos procedimentos utilizados nas suas resoluções. Por outro lado, na entrevista, os alunos manifestaram preferência pelo uso do computador pois este permitiu uma maior capacidade de expressão e raciocínio multiplicativo. Realço que o desejo demonstrado na integração dos conteúdos a serem abordados nas aulas em que o *applet* era utilizado, estimulou os alunos e favoreceu a sua autoestima.

Pude verificar que, a utilização de ferramentas computacionais revelou-se muito importante como fator de motivação dos alunos, tendo estes melhorado a sua atitude quanto à aprendizagem da multiplicação. Os alunos tornaram-se mais confiantes no seu trabalho, na justificação das suas ideias e dos seus métodos, e perceberam melhor o papel do erro na atividade matemática, a necessidade de fazer várias tentativas e de refletir sobre elas. Neste caso, o retorno imediato que o *applet* transmite faz com que possam corrigir esses erros mas não sem antes pensarem sobre os mesmos.

Tive como objetivo, ao propor tarefas que envolvessem a multiplicação, através do uso das TIC, dinamizar metodologias mais interativas, criando um contexto onde os alunos se sentissem estimulados para a aprendizagem. No entanto, o enorme potencial que o *software* disponibiliza foi analisado tendo em conta o que pretendia estudar. Neste sentido, procurei um *applet* sobre a multiplicação em que as atividades fossem envolventes e que permitissem aos alunos aprender através da análise das tabelas e do retorno que davam às respostas dos alunos, tornando-os mais autónomos. Esta

evidência, entre outras, manifestou-se na última sessão, na qual os alunos assumiram o “papel de professor”, onde verifiquei que adotaram um papel ativo na construção do seu conhecimento.

Constatei que o uso do computador é um instrumento poderoso no processo de aquisição de competências, oferecendo imensos materiais e recursos que podem fomentar tarefas com um aspeto dinâmico, lúdico e agradável quer para o professor, quer para o aluno. No entanto, o computador não substitui o professor pois pude certificar-me que as atividades propostas necessitaram sempre da minha mediação e orientação.

Contudo, deu a possibilidade aos alunos de aprenderem de uma forma construtiva e expandir a sua criatividade. Além disso, o uso das TIC na aprendizagem da multiplicação ajudou os alunos no desenvolvimento das suas capacidades intelectuais e contribuiu para o aperfeiçoamento da resolução de problemas.

Procuro, finalmente, responder à pergunta que orientou este estudo: **Qual o contributo das TIC para a aprendizagem da multiplicação?**

As ferramentas disponibilizadas pelas TIC, entre elas a Internet e o recurso à multimédia, possibilitam ao professor, atualmente, uma diversidade de perspetivas didáticas. No entanto, exigem dele um conhecimento aprofundado desses programas e da forma de os utilizar pedagogicamente, para que possam contribuir para a aprendizagem dos alunos.

Desta forma, pude testemunhar que, o uso de *software* educativo, associado a diversas estratégias e procedimentos usados pelos alunos, aperfeiçoou a perceção das relações entre a multiplicação e as outras operações matemáticas e, também, proporcionou o recurso às propriedades desta operação e a estruturação de associações mentais.

Particularmente, o contributo das TIC para a aprendizagem pretendida revelou-se profícua e auxiliadora do pensamento matemático ao nível da abstração dos conceitos. A interatividade converteu as tarefas em explorações educativas lúdicas permitindo, deste modo, a construção de significados que levaram a um melhor entendimento da multiplicação. Por exemplo, a personalização permitida pelo *applet* possibilitou uma maior intervenção dos alunos, através de troca de ideias, geradora de motivação, interesse e autonomia.

Os *applets* utilizados demonstraram ser um instrumento útil para fazer face às dificuldades apresentadas na multiplicação. Estes permitiram ampliar e eventualmente

melhorar as ideias dos alunos, relacionando as dificuldades diagnosticadas e os *applets* explorados que poderão ajudar para a sua superação.

Contudo, talvez devesse ter aprofundado e explorado mais a operação inversa da multiplicação quando referenciada pelo João e ter tratado de forma mais exaustiva as regularidades numéricas que surgiram nas tabelas, para que ocorresse e se consolidasse a aprendizagem desejada. Sendo que, o papel do professor é fundamental na exploração e acompanhamento dos alunos, com o intuito de beneficiar deste tipo de recurso didático e, por outro lado, estimular uma construção cognitiva segura.

A interação dos alunos foi manifestada através dos contributos de ideias e nas discussões coletivas, originando motivação, empenho e autonomia, traduzindo-se no desenvolvimento do seu autoconhecimento. O assumirem o “papel de professor” veio realçar a responsabilidade pela sua aprendizagem e pela dos seus colegas, que se traduziu em maiores preocupações no estudo e compreensão da multiplicação e na preparação das questões a colocar à audiência dos colegas e à forma de conduzir as explicações. Considero que este ambiente de aprendizagem se manifestou enriquecedor e traduziu-se numa melhoria da autoestima dos alunos.

Dificuldades sentidas

Neste estudo não foram só os alunos que aprenderam. Eu, enquanto estagiária, também aprendi e muito, o que vai no sentido de vivermos numa sociedade onde a aprendizagem ao longo da vida é cada vez mais uma constante.

Durante este projeto fui confrontada com algumas dificuldades, entre elas, o facto de não ter explorado mais profundamente algumas intervenções dos alunos pois o curto espaço de tempo para a implementação do projeto não permitiu. Para além disso, a pouca experiência e a necessidade de atenção à diversidade de variáveis presentes na sala de aula, fizeram com que não aproveitasse adequadamente algumas observações dos alunos, nomeadamente sobre as regularidades numéricas existentes nas tabelas e a partir destas descobrir outras.

O facto de existir só um computador na sala de aula e a execução das tarefas ser feita em alternância revelou alguns constrangimentos, como o desinteresse momentâneo de alguns alunos que assistiam. Daí ter tido a necessidade de reforçar a articulação das tarefas em papel e no computador, com o aumento da complexidade das propostas apresentadas.

Limitações do estudo

No que diz respeito às limitações do estudo, sublinho o tempo reduzido para a implementação prática devido a atividades previamente planeadas, pelo professor titular, inseridas no projeto curricular de turma.

Sabia também, que não iria ser fácil promover dinâmicas na sala de aula, usando apenas um computador. Acautelando estes constrangimentos, foi importante uma planificação ponderada das aulas de forma a diminuir o impacto das aplicações.

No que se refere aos alunos, as tarefas propostas tinham de possuir orientações e objetivos claros, pois nesta faixa etária, os alunos ainda vêm o computador mais como um instrumento de diversão e jogo do que como objeto de trabalho e aprendizagem.

Sugestões para investigações futuras

Futuramente, sugiro que o investigador usufrua de mais tempo para analisar o *software* com a finalidade de identificar todas as suas potencialidades, de acordo com os objetivos curriculares que pretende, e antecipar as estratégias possíveis utilizadas pelos alunos, o que pode facilitar a discussão, potenciar boas situações de aprendizagem e enriquecer o processo de recolha de dados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Abrantes, P., Serrazina, I., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: Ministério da Educação. Departamento da Educação Básica.
- Abreu, I. et al., (1990). *Ideias e Histórias: Contributos para uma Educação Participada*. Lisboa: Ministério da Educação/Instituto de Inovação Educacional
- Arends, R. (1995). *Aprender a Ensinar*. Amadora: McGraw-Hill.
- Belchior, M., Tafoi, B., Paulino, C., Correia, H., Silva, M. T., Camilo, M. R., & et al. (1993). *As Novas Tecnologias de Informação no 1º Ciclo do Ensino Básico*. Lisboa: Gabinete de Estudos e Planeamento – Ministério da Educação.
- Bell, J. (2004). *Como Realizar um Projecto de Investigação: um guia para a pesquisa em ciências sociais e da educação*. Lisboa: Gradiva.
- Bock, A. et al. (1992) *Psicologias. Uma introdução ao estudo de Psicologia*. São Paulo: Saraiva. [Em linha]. Recuperado em 29/11/2012, de <http://www.ufrgs.br/faced/slomp/edu01135/behavior-bock.htm>
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. Porto: Porto Editora.
- Bransford, J., Brown, A., & Cocking, R. (2000). *How people learn: Brain, mind, experience, and school*. Washington: National Academy.
- Carneiro, R. (2005). *Educação, Aprendizagem e Tecnologia, Um paradigma para professores do século XXI*. Lisboa: Sílabo.
- Carvalho, A. A. (2006). *Students' Reactions to the Integration of Weblogs and Webquests in a Master Education Course*. In V. Dagiene & R. Mittermeir (eds.), *Information Technologies at School – 2nd International Conference*. Vilnius: Institute of Mathematics and informatics (pp.246-252). Centro Atlântico.
- Coll, C., Marchesi, A. & Palacios, J. (2004). *Desenvolvimento psicológico e educação: Psicologia da educação escolar*. Volume 2. Porto Alegre: Artmed Editora.
- Costa, F., Peralta, H., & Viseu, S. (2007). *As TIC na Educação em Portugal – Concepções e Práticas*. Porto: Porto Editora.
- Costa, F., Rodriguez, C., Cruz, E. & Fradão, S. (2012). *Repensar as TIC na educação*. Lisboa: Santillana.

- Estratégias para a Acção –.As TIC na Educação (2002). Grupo coordenador dos programas TIC na Educação. Ministério da Educação: Departamento de Avaliação Prospectiva e Planeamento.
- Ferrara, F., Pratt, D., & Robutti, O. (2006). The role and uses of technologies for the teaching of algebra and calculus. In A. Gutiérrez, & P. Boero (Orgs). *Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education: Past, Present and Future* (pp. 237–273). Rotterdam: Sense Publishers.
- Godinho, M. (2002). *O Cognitivismo*. [Em linha]. UFRGS – Universidade Federal do Rio Grande do Sul. [Em linha]. Recuperado em 1/11/2012, de <http://espie.cinted.ufrgs.br/~maisa/pag9.htm#ati2>
- Griffin, J. (1995). Curriculum Developments. In J. Griffin & L. Bash (Eds.), *Computers in the Primary School*. New York: Library of Congress (pp. 81-99). [Em linha]. Recuperado em 17/01/2013, de <http://repositorio.ipcb.pt/bitstream/10400.11/1998/1/relat%C3%B3rio%20de%20est%C3%A1gio%202013~--%202.pdf>
- Lima, J. R. & Capitão, Z. (2003). *e-Learning e e-Conteúdos*. Lisboa.
- Mann, P. (1983). *Métodos de Investigação Sociológica*. Rio de Janeiro: Universidade de Sheffield.
- Mcintosh, A., Reys, B. & Reys, R. (1992). *A proposed framework for examining basic number sense. For the learning of Mathematics*. British Columbia: Canada.
- Mendes, F. (2012). *A aprendizagem da multiplicação numa perspetiva de desenvolvimento do sentido de número: um estudo com alunos do 1.º ciclo*. (Tese de Doutoramento). Lisboa: Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Mendes, F., Brocardo, J., & Oliveira, H. (2011). *Os procedimentos usados pelos alunos do 1.º ciclo quando resolvem tarefas de multiplicação e a sua evolução*. Aveiro: Indagatio Didactica – Universidade de Aveiro.
- Mendes, F., & Delgado, C. (2008). A aprendizagem da multiplicação e o desenvolvimento do sentido de número. In J. Brocardo; L. Serrazina, & I. Rocha (Edits.), *O sentido do número: Reflexões que entrecruzam a prática* (pp. 159-182). Lisboa: Escolar Editora.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. ME: DGIDC.

- Miranda, G. (2002). Balanço e perspectivas: *Ensinar a Aprender*. In Revista Portuguesa de Investigação Educacional nº1 (pp. 99-114).
- Miranda, G. L. & Bahia, S. (2003). *Teorias da Aprendizagem, Manual de Apoio à Disciplina de Psicologia da Aprendizagem. Mestrado em Informática Educacional*. Lisboa: Universidade Católica Portuguesa. [Em linha]. Recuperado em 18/01/2013 de <https://cdp.wikispaces.com/file/view/ManualPs.pdf/31934693/ManualPs.pdf>
- National Council of Teachers of Mathematics (1991). *Normas para o currículo e a avaliação em Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática e Instituto de Inovação Educacional.
- National Council of Teachers of Mathematics (2007). *Princípios e Normas para a Matemática escolar*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- OCDE (2010). *PISA 2009 Resultados: Sumário Executivo*.
- Palhares, P. (2004). *Elementos de Matemática para professores do Ensino Básico*. Lisboa. Edições Lidel.
- Papert, S. (1997). *A Família em Rede*. Lisboa: Relógio D'Água.
- Pires, M. (1992). *Processos de resolução de problemas: Uma abordagem à construção de conhecimento matemático por crianças do ensino primário*. Tese de Mestrado, Universidade Nova de Lisboa, Faculdade de Ciências e Tecnologia.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática no 1º Ciclo*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J., & Canavarro, A. (1997). *Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Pozo, J. (1998). *Aspectos Gerais – Teorias cognitivas da Aprendizagem*. Porto Alegre: Artes Médicas Sul, Lda.
- Salomon, G. (2002). Technology and Pedagogy: Why don't we see the promised revolution?, in *Educational Technology*. 42 (2) (pp. 71-75).
- Schuman, L. (1996). *Perspectives on instructions: SDSU Educacional Technology*. [Em linha]. Recuperado em 18/02/2013 de <http://edweb.sdsu.edu/courses/edtec540/Perspectives/Perspectives.html>

- Siemens, G. (2004). *Conectivismo – Uma Teoria de Aprendizagem para a Idade Digital*. [Em linha] Recuperado em 21/10/2012, de <http://www.webcompetencias.com/textos/conectivismo.htm>
- Stake, R. (2007). *A arte da investigação com estudos de caso*. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Tavares, J. & Alarcão, I. (1985). *Psicologia do Desenvolvimento e da Aprendizagem*. Coimbra: Almedina.
- Treffers, A., & Buys, K. (2001). Grade 2 (and 3) – calculation up to 100. In M.Heuvel-Panhuizen (Ed.). *Children learn Mathematics* (pp.61-88). Netherlands: Freudenthal Institute (FI) Utrecht University & National Institute for Curriculum Development (SLO).
- UNESCO (1990). *Declaração Mundial sobre Educação para Todos: satisfação das necessidades básicas de aprendizagem*. Jomtien. [Em linha] Recuperado em 27/03/2013, de <http://unesdoc.unesco.org/images/0008/000862/086291por.pdf>
- Verschaffel, L. & Corte (1996). Number and arithmetic. In A. J. Bishop, Clements, C. Keitel, J. Laborde (Eds.), *International handbook of mathematics education* (pp. 159-160). Dordrecht: Kluwer.
- Vygotsky, L. S. (1991). Aprendizagem e Desenvolvimento Intelectual na Idade Escolar. In Luria, Leontiev, Vygostky et al.- *Psicologia e Pedagogia I. Bases Psicológicas da Aprendizagem e do Desenvolvimento* (pp.1-17). Lisboa: Estampa.
- Wartha, E. J. (s.d.). *Concepção de Ensino e Aprendizagem de professores da área de ciências da natureza, matemática e suas tecnologias*. Universidade Estadual de Maringá. [Em linha]. Recuperado em 01/09/2012, de http://www.pec.uem.br/dcu/VII_SAU/Trabalhos/6laudas/WARTHA,%20Edson%20Jos%E9.pdf
- Yin, R. (1984). *Case Study Research: Design and Methods*. Thousand Oaks, CA: SAGE Publications.